

Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2010-04

Combinación de Pronósticos

Marco Aiolfi
Goldman Sachs Asset Management

Carlos Capistrán
Banco de México

Allan Timmermann
UCSD

June 2010

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Combinación de Pronósticos*

Marco Aiolfi[†]

Goldman Sachs Asset Management

Carlos Capistrán[‡]

Banco de México

Allan Timmermann[§]

UCSD

Resumen: Consideramos combinaciones de pronósticos subjetivos que provienen de encuestas y pronósticos basados en modelos univariados lineales y no-lineales, así como modelos multivariados aumentados con factores. Los resultados empíricos sugieren que un promedio simple de los pronósticos de encuestas tiene un mejor desempeño que el mejor pronóstico basado en modelos para la mayoría de las variables macroeconómicas y horizontes de pronóstico analizados. Mejoras adicionales pueden obtenerse en algunos casos usando un promedio simple de pronósticos de encuestas y pronósticos basados en modelos. También se analiza la importancia de la inestabilidad de los modelos para explicar las ganancias de combinar pronósticos. Resultados analíticos y simulaciones muestran escenarios con cambios estructurales donde las combinaciones de pronósticos tienen un mejor desempeño que los mejores modelos de pronóstico individual.

Palabras Clave: Pronósticos Basados en Factores; Pronósticos No-lineales; Cambios Estructurales; Pronósticos de Encuestas; Pronósticos Univariados.

Abstract: We consider combinations of subjective survey forecasts and model-based forecasts from linear and non-linear univariate specifications as well as multivariate factor-augmented models. Empirical results suggest that a simple equal-weighted average of survey forecasts outperform the best model-based forecasts for a majority of macroeconomic variables and forecast horizons. Additional improvements can in some cases be gained by using a simple equal-weighted average of survey and model-based forecasts. We also provide an analysis of the importance of model instability for explaining gains from forecast combination. Analytical and simulation results uncover break scenarios where forecast combinations outperform the best individual forecasting model.

Keywords: Factor Based Forecasts; Non-linear Forecasts; Structural Breaks; Survey Forecasts; Univariate Forecasts.

JEL Classification: C53; E.

*Preparado para el Oxford Handbook of Economic Forecasting. Agradecemos a Mike Clements y a un dictaminador anónimo por sus comentarios útiles y constructivos. Christian Constandse y Gabriel López-Moctezuma proveyeron excelente asistencia de investigación. Timmermann reconoce el apoyo de CREATES, fundado por la Fundación Danesa de Investigación Nacional. Las opiniones en este documento son de los autores y no necesariamente reflejan el punto de vista del Banco de México.

[†] Goldman Sachs Asset Management. Email: Marco.Aiolfi@gs.com.

[‡] Dirección General de Investigación Económica. Email: ccapistran@banxico.org.mx.

[§] Department of Economics and Rady School of Management. Email: agtimmermann@ucsd.edu.

1 Introducción

Desde el trabajo de investigación seminal de Bates y Granger (1969), las combinaciones de pronósticos han llegado a ser vistas como una manera simple y efectiva para mejorar y robustecer el desempeño de pronóstico sobre el producido por los modelos individuales. Resultante de esto, las combinaciones de pronósticos son de uso ampliamente generalizado en los bancos centrales, entre los pronosticadores del sector privado y en estudios académicos. Los retos aún permanecen, sin embargo, para nuestro entendimiento de qué tipos de pronósticos se benefician más de combinaciones, cuáles esquemas de combinación son óptimos en una situación de pronóstico dada y cuándo esperar la más grande ventaja de la combinación de pronósticos.

Este artículo estudia dos aspectos de la combinación de pronósticos. Primero, consideramos maneras de combinar pronósticos de encuestas y modelos de series de tiempo. Segundo, consideramos la posibilidad, propuesta por Hendry y Clements (2004), que la inestabilidad de modelo puede ayudar a explicar las ganancias en el desempeño de pronóstico resultante de una combinación. Estos dos aspectos podrían estar en efecto cercanamente relacionados debido a que algunos participantes en encuestas pueden algunas veces ajustar rápidamente sus pronósticos a desplazamientos en el proceso subyacente generador de datos. Contrariamente, en un entorno estable los modelos de series de tiempo podrían resumir toda la información disponible más eficientemente que las encuestas. Los pronósticos de encuestas podrían por lo tanto servir como cobertura en contra de quiebres en el proceso subyacente generador de datos cuando se combinan con los pronósticos de series de tiempo. Si los pronósticos de los modelos de series de tiempo o los pronósticos de las encuestas o una combinación de ambos se desempeña mejor dependerá del grado de inestabilidad de modelo, i.e., la frecuencia y la magnitud de los cambios en el modelo y los parámetros, así como la habilidad de los participantes en las encuestas para adaptar sus pronósticos a tales cambios. A fin de cuentas, cuál tipo de método de pronóstico funciona mejor es una cuestión empírica.

Las combinaciones de pronósticos requieren que se decida tanto cuáles pronósticos incluir y cómo ponderarlos. Esto es usualmente realizado en un proceso de dos pasos en los que relativamente poca atención es puesta en el primer paso (el diseño del universo de modelos) en comparación con el segundo paso (la asignación de pesos a los modelos incluidos). Hasta el grado que el primer paso adquiere mucha atención, esto se restringe frecuentemente a “trimming”, i.e., la exclusión de los modelos con el peor desempeño de pronóstico (Granger y Jeon (2004)). Sin embargo, en primer lugar, frecuentemente poco pensamiento explícito se dedica al diseño del universo de pronósticos. Con todo y eso, las conclusiones sobre el desempeño de las combinaciones de pronósticos necesariamente tienen una validez limitada al no presentarlos en el contexto del universo de modelos que se combinan. Por ejemplo, el hallazgo común de que un pronóstico con pesos iguales es sorprendentemente difícil de vencer-conocido comúnmente como el “acertijo” de la combinación de pronósticos-dejará de ser cierto si un gran número de malos pronósticos domina el universo de modelos que se combinan.

Un aspecto particularmente interesante del diseño del universo de pronósticos es si la inclusión tanto de pronósticos subjetivos de encuestas como de pronósticos de modelos de series de tiempo

ayudan a mejorar el desempeño de pronóstico. La literatura existente sobre la combinación de pronósticos muy frecuentemente se enfoca en la combinación de pronósticos de modelos de series de tiempo o en combinar pronósticos subjetivos de fuentes como la Encuesta de Pronosticadores Profesionales (SPF, por sus siglas en inglés).¹ Sin embargo, es claramente de interés ver si la combinación de estos dos tipos de pronósticos conduce a ganancias adicionales o si un enfoque domina al otro. Los pronósticos de los modelos de series de tiempo-ya sea lineales o no lineales-están frecuentemente muy correlacionados, pero los pronósticos de encuestas y de series de tiempo podría estarlo menos, abriendo la posibilidad de ganancias al combinar estos dos tipos de pronósticos. En particular, los pronósticos subjetivos pueden incorporar información de visión hacia el futuro de una manera en que los pronósticos de series de tiempo no pueden, e.g., como resultado de un cambio pre-anunciado o esperado en la política pública. Contrariamente, hay aspectos relacionados con la ponderación de los pronósticos individuales de las encuestas y con cambios en la composición de los datos de las encuestas debido a la entrada y salida de los participantes en las encuestas (Engelberg et al. (2009), y Capistrán y Timmermann (2009)) que podría poner los pronósticos de las encuestas en desventaja.

Para considerar si los pronósticos de las encuestas y los pronósticos basados en un modelo debieran ser combinados, exploramos empíricamente cómo esquemas de combinación estándar aplicados a diferentes clases de modelos de pronósticos y a diferentes tipos de pronósticos (basados en un modelo versus pronósticos de encuestas) se desempeñan a medida que el universo de modelos de pronóstico cambia.² También estudiamos el ajuste de sesgo de los pronósticos que toman la forma de regresiones que agrandan los pronósticos de interés, e.g., pronósticos de encuestas, con información como valores actuales y pasados de la variable a pronosticar así como factores comunes. En un análisis empírico que considera 14 variables macroeconómicas de los EEUU, cuatro horizontes y una muestra para evaluación de pronóstico de 17 años, encontramos que el simple promedio de pesos iguales de los pronósticos de encuestas domina al mejor pronóstico de cualquier modelo de series de tiempo en aproximadamente dos tercios de todos los casos. También encontramos que, para la mayor parte, las combinaciones de pronósticos con pesos iguales de modelos de series de tiempo y pronósticos de encuestas conducen a mejoras sobre el uso de solamente modelos de series de tiempo pero fallan para mejorar sistemáticamente la utilización de sólo los pronósticos de encuestas.

Pasando al segundo aspecto, la inestabilidad de modelos individuales de pronóstico ofrece una explicación empíricamente plausible para el buen desempeño de las combinaciones de pronósticos. Hay una evidencia creciente de que los parámetros de los modelos autoregresivos ajustados a muchas

¹Aunque vea Clements y Harvey (2010) para una aplicación a pronósticos de probabilidad subjetivos y basados en modelo. Elliott y Timmermann (2005) también proponen un esquema de combinación variante en el tiempo en el que se permite que los pesos de los pronósticos de encuestas y de los pronósticos de series de tiempo (ARIMA) sigan un proceso de salto de régimen guiado por una cadena Markov de primer orden. Encuentran evidencia de variaciones significativas en el tiempo de la combinación óptima de pesos, sugiriendo que ni los pronósticos de series de tiempo, ni los pronósticos de encuestas incluyen al otro grupo en todos los momentos del tiempo.

²Bajo pérdidas de error cuadráticas, el valor de un pronóstico adicional puede ser medido a través de su correlación con el error de pronóstico de los pronósticos existentes y así al pronóstico adicional se le debería de asignar un peso distinto a cero en la combinación si explica algunos de los errores de los pronósticos que ya están incluidos. Esto está relacionado con la noción de inclusión de pronóstico (Chong y Hendry (1986)).

series de tiempo económicas cambian con el tiempo. Por ejemplo, Stock y Watson (1996) llevan a cabo un estudio sistemático de una amplia variedad de series de tiempo económicas y encuentran que la mayoría de éstas están sujetas a cambio. Diebold y Pauly (1987), Clements y Hendry (1998, 1999, 2006), Pesaran y Timmermann (2005) y Timmermann (2006) ven la inestabilidad de modelo como un determinante importante del desempeño de pronóstico y una razón potencial para la combinación de modelos. Sin embargo, poco se sabe acerca de cómo las diferentes formas de inestabilidad de modelo afectan las combinaciones de pronósticos. Así, es importante investigar la influencia de esta forma particular de mala especificación de modelo sobre el desempeño de pronóstico y su habilidad para explicar el desempeño superior de los esquemas de combinación simple.

Para encargarnos de este aspecto, evaluamos los determinantes del desempeño de diferentes esquemas de combinación de pronósticos ante la presencia de desplazamientos ocasionales en los parámetros del proceso generador de datos. En el contexto de un modelo de factor simple con quiebres estocásticos derivamos resultados analíticos que revelan los determinantes de si puede esperarse que las combinaciones de pronósticos tengan un mejor desempeño que los pronósticos del mejor modelo. Nuestros resultados muestran que la varianza relativa de factores, así como la frecuencia y el tamaño de los quiebres juegan un rol en la determinación del desempeño de las combinaciones de pronósticos.

Finalmente, usamos simulaciones a partir de modelos dinámicos de factores estimados para un rango de series de tiempo macroeconómicas de EEUU con el objetivo de investigar la extensión a la cual los modelos de factores con y sin quiebres pueden concordar con los hallazgos empíricos sobre el desempeño de los esquemas de combinación estándar de pronósticos. Consideramos tres escenarios separados que reflejan quiebres en las cargas de los factores, quiebres en la dinámica de los factores subyacentes y quiebres en la matriz de covarianza de los factores. Nuestros resultados sugieren que los modelos de factores estables sin quiebres no pueden corresponder el desempeño de los esquemas de combinación de pronósticos, mientras que quiebres en el modelo de factores-particularmente si ocurren en la carga de factores o en la dinámica de los factores-modestamente acercan los resultados a lo que se observa en los datos. Esto sugiere que la inestabilidad de parámetros en modelos dinámicos de factores ofrecen una explicación parcial de por qué las combinaciones simples superan a los mejores modelos individuales de pronósticos.

El bosquejo del capítulo es el siguiente. La sección 2 discute el diseño del universo de modelos de pronóstico usados en la combinación de pronósticos provenientes de modelos de series de tiempo y pronósticos subjetivos de encuestas. La sección 3 lleva a cabo un análisis empírico usando pronósticos de modelos lineales univariantes y multivariantes, modelos no lineales y pronósticos de encuestas. La sección 4 provee los resultados analíticos que clarifican el desempeño de las combinaciones de pronósticos bajo quiebres. La sección 6 concluye.

2 Combinaciones de Pronósticos de Encuestas y Series de Tiempo

Los usuarios de las técnicas modernas de pronósticos en economía y finanzas encaran una abundancia de variables predictivas y una plétora de métodos para generar pronósticos. Un aspecto importante es por lo tanto, primero, como resumir e implementar tal información y, segundo, si adoptar una estrategia de pronóstico que busque el mejor método de pronóstico o, alternativamente, intente combinar pronósticos generados por diferentes modelos.

Como siempre, tenemos que considerar si juntar pronósticos o juntar información. Para algunos tipos de pronósticos, e.g., pronósticos de encuestas, solamente podemos juntar los pronósticos debido a que no tenemos acceso al conjunto de información individual de los pronosticadores. En contraste, en lo concerniente a la combinación de pronósticos de encuestas con la información usada por un modelo econométrico de pronósticos, tenemos la opción de combinar pronósticos o agrandar el pronóstico de encuestas con información que subyace en el modelo econométrico, y consideraremos ambas estrategias.

Las combinaciones de pronósticos de encuestas y series de tiempo son particularmente interesantes porque representan enfoques fundamentalmente diferentes para pronosticar. Las encuestas reflejan el juicio subjetivo individual de los pronosticadores y podrían ser capaces de ajustarse rápidamente a los cambios en el proceso generador de datos a tal grado que estos puedan ser monitoreados o incluso predichos por los participantes en encuestas. Contrariamente, los pronósticos de modelos de series de tiempo pueden eficientemente incorporar regularidades pasadas de los datos, pero podrían tomar más tiempo en adaptarse a los cambios en el proceso generador de datos.

Para explorar el desempeño de las combinaciones de estos tipos de pronósticos, consideramos un amplio conjunto de especificaciones que incluye una variedad de modelos de serie de tiempo-univariantes, multivariantes, lineales y no lineales- en adición a los pronósticos de encuestas. Primero describimos el diseño de los experimentos.

Supongamos que estamos interesados en pronosticar una variable genérica de interés, y , múltiples periodos hacia delante. Permitamos que t sea el tiempo del pronóstico, permitamos que $h \geq 1$ sea el horizonte de pronóstico, así que el propósito es predecir y_{t+h} dada la información conocida en el tiempo t . Finalmente, permitamos que $\hat{y}_{j,t+h|t}$ sea el j -ésimo pronóstico el cual pudiera ser un pronóstico de encuesta o un pronóstico de un modelo de series de tiempo.

Para las combinaciones de pronósticos nos vamos a enfocar en las combinaciones con pesos iguales, $\hat{y}_{t+h|t}^{ew}$, del tipo

$$\hat{y}_{t+h|t}^{ew} = N^{-1} \sum_{j=1}^N \hat{y}_{j,t+h|t}, \quad (1)$$

donde N es el número de pronósticos que se combinan. Nos enfocamos en las combinaciones con pesos iguales porque nuestra muestra es muy corta y por eso es improbable que la estimación de los pesos de combinación de pronósticos conduzca a algunas mejoras en el desempeño de pronóstico (Smith y Wallis (2009)).

Pasando al segundo enfoque, i.e. extendiendo los pronósticos de encuestas con información

usada por los modelos de series de tiempo, basamos los pronósticos en los estimados de mínimos cuadrados de una simple regresión que incluye información de pronósticos subjetivos de encuestas, $\bar{y}_{t+h|t}$, valores actuales y pasados de la variable de interés, $\{y_{t-l}\}_{l=0}^L$ y factores económicos, $\{\hat{f}_{k,t}\}_{k=1}^K$:

$$y_{t+h} = \alpha + \beta \bar{y}_{t+h|t} + \sum_{l=0}^L \lambda_l y_{t-l} + \sum_{k=1}^K \theta_k \hat{f}_{k,t} + \varepsilon_{t+h}. \quad (2)$$

Aquí $\{\hat{f}_{k,t}\}_{k=1}^K$ incluye los primeros K componentes principales de un conjunto más grande de información multivariante, X_t , estimado recursivamente, i.e. usando información solamente disponible en el tiempo t . La longitud de rezago, L , y el número de componentes principales, K , son seleccionados usando el criterio de información de Schwartz (SIC, por sus siglas en inglés). El pronóstico de ‘consenso’ de la encuesta de h pasos hacia adelante, $\bar{y}_{t+h|t}$, está dado por:

$$\bar{y}_{t+h|t} = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{i,t+h|t} & \text{pronóstico con pesos iguales} \\ \sum_{i=1}^N \left[y_{i,t+h|t} EPCM_{i,t|t-h}^{-1} / \sum_{i=1}^N EPCM_{i,t|t-h}^{-1} \right] & \text{pesos de EPCM invertidos} \\ \sum_{i=1}^N \left[y_{i,t+h|t} \exp(SIC_{i,t|t-h}) / \sum_{i=1}^N \exp(SIC_{i,t|t-h}) \right] & \text{pesos SIC} \end{cases} \quad (3)$$

Aquí $EPCM_{i,t|t-h}$ es el error de pronóstico cuadrático medio del pronosticador i en el tiempo t asumiendo un horizonte de pronóstico de h periodos, mientras que $SIC_{i,t|t-h}$ es el valor del criterio de información Schwarz para el pronosticador i en el tiempo t , de nuevo asumiendo un horizonte de h periodos. En ambos casos basamos los cálculos en una muestra traslapante común tal que $EPCM_{i,t|t-h}$ y $SIC_{i,t|t-h}$ son comparables a través de los pronosticadores. Los pesos SIC pueden ser vistos como una aproximación a los pesos de Promedios de Modelos Bayesianos (Garratt et al. (2009)).

Poco se sabe acerca de cómo los pronosticos generados por diferentes clases de modelos econométricos, e.g., lineal univariante, lineal multivariante, modelos no lineales local y globalmente aproximantes, se complementan o sustituyen uno al otro en un experimento de pronóstico particular. Para explorar este punto, además consideramos las combinaciones basadas en los pronósticos de dos modelos no lineales univariantes:

$$y_{t+h} = \alpha + \beta \hat{y}_{t+h|t}^{nl} + \sum_{l=0}^L \lambda_l y_{t-l} + \sum_{k=1}^K \theta_k \hat{f}_{k,t} + \varepsilon_{t+h}, \quad (4)$$

De nuevo los pronósticos no lineales univariantes, $\hat{y}_{t+h|t}^{nl}$, son estimados recursivamente tal que no se hace ningún uso de la información posterior al periodo t , para propósitos de pronosticar para el periodo $t+h$. Siguiendo a Swanson y White (1997), y Terasvirta (2006), consideramos dos tipos de pronósticos no lineales univariantes, un modelo autoregresivo logístico de transición suave (LSTAR,

por sus siglas en inglés) y una red neuronal (NNET, por sus siglas en inglés). El modelo LSTAR es

$$y_{t+h} = \left(\alpha_1 + \sum_{l_1=0}^{L_1} \lambda_{1,l_1} y_{t-l_1} \right) + d_t \left(\alpha_2 + \sum_{l_2=0}^{L_2} \lambda_{2,l_2} y_{t-l_2} \right) + \varepsilon_{t+h}, \quad (5)$$

con $d_t = 1/(1 + \exp(\gamma y_{t-1} - c))$. L_1 y L_2 son escogidos usando el SIC. Una regresión lineal es usada para estimar las α 's y λ 's y luego γ y c son estimadas al minimizar la suma de los residuales al cuadrado, repitiendo hasta lograr convergencia. El NNET es un modelo con retroalimentación hacia delante de una sola capa con J unidades escondidas:

$$y_{t+h} = \beta_0 + \sum_{j=1}^J \beta_j g \left(\gamma_{0j} + \sum_{l=0}^L \gamma_{l,j} y_{t-l} \right) + \varepsilon_{t+h}, \quad (6)$$

donde J y L son seleccionadas usando el SIC, y g es la función logística. Note que en cada caso consideramos modelos de pronóstico directos, i.e., pronóstico de y_{t+h} en el periodo t basados en información conocida en el tiempo t . Otro enfoque más sería iterar sobre un modelo de pronóstico de un periodo, pero no consideramos este enfoque aquí.

Una interpretación alternativa de las “regresiones combinantes de información” (2) y (4) es que ellas son ecuaciones ajustadas por sesgo para la encuesta y los pronósticos no lineales, respectivamente. Al regresar el valor observado sobre el pronóstico así como sobre el intercepto, valores actuales y pasados de la variable de interés y factores económicos, ortogonalizamos el error de pronóstico respecto a esta información adicional.

Note que varios enfoques difieren en términos de cuántos parámetros requieren estimar. Este es un aspecto importante. Se ha encontrado frecuentemente que los esquemas de combinación elaborados que requieren estimar múltiples parámetros tienen un desempeño inferior al esquema de combinación con pesos iguales (Clemen (1989), Stock y Watson (2001)). Este hallazgo refleja la disyuntiva sesgo-varianza: se puede esperar que las combinaciones con pesos iguales estén más sesgadas pero también podrían tener un error de estimación menor al de los esquemas con ponderadores conducidos por los datos lo cual compensa por el sesgo (Granger y Ramanathan (1984), Smith y Wallis (2009)). La habilidad para explorar eficientemente esta disyuntiva sesgo-varianza depende de cuántos pronósticos son incluidos. Para mantener el esquema de agregación limitado, el agrupamiento en “bloques” de pronósticos es un procedimiento simple, i.e. los pronósticos de los modelos lineales en un bloque, los pronósticos de los modelos no lineales en otro bloque, los pronósticos basados en factores en un bloque separado y los pronósticos de encuestas forman otro bloque más (Aiolfi y Timmermann (2006)).³

Consideramos los siguientes universos restringidos de modelos:

³Esta opción podría no estar disponible si la información de encuestas estuviera siendo combinada debido a que los modelos subyacentes y los conjuntos de información son típicamente desconocidos. Los pronósticos de encuestas, de cualquier modo, también serán afectados por los priors y los ajustes subjetivos de los pronosticadores y por lo tanto no está claro cómo construir un ‘meta modelo’ que incluyera la información contenida en los pronósticos individuales.

1. Modelos individuales de series de tiempo (univariante (AR), multivariante basado en factores (AR_FAC), LSTAR y NNET);
2. Las combinaciones de modelos de series de tiempo lineales y no lineales;
3. Solamente pronósticos subjetivos de encuestas;
4. Las combinaciones de pronósticos de encuestas y pronósticos de modelos de series de tiempo.

3 Aplicación Empírica

Esta sección provee un análisis empírico de cómo el universo de modelos que se combina así como la combinación seleccionada o el método de ajuste de sesgo afecta el desempeño de diversos esquemas de combinaciones en relación a los modelos individuales de pronósticos.

3.1 Datos

Para ilustrar el desempeño empírico de los métodos de estimación y combinación de pronósticos, estudiamos 14 variables que son cubiertas por la Encuesta de Pronosticadores Profesionales (SPF, por sus siglas en inglés) y tienen datos desde el tercer trimestre de 1981 hasta el cuarto trimestre de 2006. Las variables incluyen el Producto Interno Bruto Real (PIBR), la Tasa de Desempleo (DESEM), el Deflactor de Precios Implícitos del PIB (PPIB) y el Índice de Precios al Consumidor (IPC). Una descripción breve de estas variables se provee en el Cuadro 1 (y en el Cuadro 2 de Capistrán y Timmermann (2009)). Los valores observados (i.e., los valores que pronosticamos) son tomados de la base de datos en tiempo real del Banco de la Reserva Federal de Filadelfia. Siguiendo a Corradi, Fernandez y Swanson (2009) usamos los datos que salieron primero.

Los datos de pronósticos subjetivos son recabados del SPF y contienen pronósticos de uno a cuatro trimestres hacia delante. Los datos usados para calcular los factores comunes provienen de Stock y Watson (2009). Estos datos consisten en 144 series de tiempo para los Estados Unidos, abarcando la muestra comprendida entre el primer trimestre de 1959 y el cuarto trimestre de 2006. Las series son transformadas a medida que se necesite hacerlo para eliminar tendencias al tomar primeras o segundas diferencias, en muchos casos después de tomar logaritmos. Las variables, fuentes y transformaciones pueden ser halladas en el apéndice de Stock y Watson (2009).

3.2 El Desempeño de Pronóstico de Modelos Individuales y Encuestas

Las columnas de la una a la cuatro del Cuadro 2 reportan el desempeño de pronóstico de modelos individuales de series de tiempo. En cada caso usamos datos en tiempo real para estimar los parámetros del modelo. Esto provee una comparación más justa con los pronósticos de encuestas debido a que los datos definitivos no se liberan hasta después de la fecha cuando el pronóstico de la encuesta es formado. La primera columna del Cuadro 2 presenta la raíz del error de pronóstico cuadrático medio (REPCM) anualizada del modelo autoregresivo (AR) de referencia, i.e., la

parte autoregresiva de la ecuación (2). Las columnas subsecuentes muestran los cocientes REPCM, calculados en relación a los pronósticos AR, de varios modelos de pronóstico.

Para estimar los parámetros de los modelos AR iniciales, usamos los primeros 30 datos desde el tercer trimestre de 1981 al cuarto trimestre de 1988. Esto significa que la muestra de evaluación de pronóstico abarca desde el primer trimestre de 1989 al cuarto trimestre de 2006. La estimación de parámetros y los pronósticos se hace siempre de manera recursiva, usando una ventana que se expande. Las longitudes de rezago, L , se determinan usando SIC y una búsqueda exhaustiva, con un máximo de ocho términos autoregresivos. Producimos 68 pseudo-pronósticos fuera de la muestra para cada horizonte (los primeros $h - 1$ pronósticos son eliminados para tener el mismo número de pronósticos para cada horizonte).⁴

Los factores usados en el modelo de factores autoregresivo (AR_FAC) mostrado en la segunda columna son extraídos usando componentes principales.⁵ El número de factores, K , se determina usando SIC y una búsqueda exhaustiva, de un máximo de cinco factores. Para el modelo LSTAR (columna 3), el número de rezagos, L_1 y L_2 , es escogido usando SIC, y una búsqueda exhaustiva de un máximo de tres rezagos. Para el modelo NNET (columna 4), el número de unidades escondidas, J , es seleccionado de la misma manera, de un máximo de 4 unidades.⁶ El resto de las columnas presentan los resultados usando datos del SPF. Las combinaciones son: pesos iguales (PI), EPCM inverso (EPCMI), y pesos BMA aproximados (ISIC). Las últimas dos combinaciones están basadas en un subconjunto de pronosticadores que a la fecha del pronóstico tienen un mínimo de 10 observaciones contiguas comunes. El ISIC calcula el SIC para cada pronosticador al proyectar los valores observados sobre una constante y los pronósticos y luego usa el esquema de ponderadores en (3).

Para aproximadamente dos tercios de las variables y los horizontes de pronóstico (36 de 56 casos), el simple promedio de pesos iguales de los pronósticos de encuestas- el cual parece ser el mejor esquema de ponderadores- se desempeña mejor que cualquiera de los modelos de series de tiempo.⁷ En el horizonte más corto, $h = 1$ trimestre, el modelo LSTAR es el mejor para 8 de las 14 variables. En contraste, el modelo puramente autoregresivo, el modelo multivariante agrandado en factores y la red neuronal solamente generan los valores más bajos de REPCM en uno, cinco y dos casos, respectivamente. Interesantemente, el valor de los pronósticos de encuestas no es enteramente conducido por principios de la década de los ochenta, un periodo antes de la “Gran Moderación”. Cuando repetimos el ejercicio usando una muestra que empieza en el primer trimestre de 1986 en lugar del tercer trimestre de 1981, encontramos que los pronósticos de encuestas son mejores que los pronósticos de series de tiempo en 25 de 56 casos. Así pues, aunque no tan dominantes, los

⁴La excepción es la serie TBILL que tiene solamente 66 pronósticos fuera de la muestra porque los datos en el SPF empiezan en el primer trimestre de 1982.

⁵Como en Stock y Watson (2009), los estimados de factores son calculados usando un subconjunto de 110 series que excluye niveles de agregación mayores relacionados por identidades a subagregados de niveles inferiores, en lugar de las 144 series completas.

⁶Para los pronósticos producidos con modelos no lineales, se usó un “filtro de locura”. Reemplaza a un pronóstico más de seis rangos intercuartiles alejado de la mediana con la observación previa. Este filtro reemplaza pronósticos para menos de 1% de las observaciones.

⁷Ang, Bekaert y Wei (2007) también encuentran que los pronósticos de encuestas tienen información superior respecto a la predicción de inflación.

pronósticos de encuestas son todavía el grupo con el mejor desempeño.

3.3 Combinaciones de pronósticos basados en modelo y pronósticos subjetivos

El Cuadro 3 muestra los resultados de la ecuación de combinación (2) ajustada por sesgo y de subconjuntos de ella. Solamente presentamos los resultados usando pronósticos SPF de pesos iguales porque es generalmente la mejor manera de ponderar los pronósticos de encuestas y también porque los resultados fueron muy similares cuando usamos las otras combinaciones aplicadas a los datos del SPF. Los términos autoregresivos y los pronósticos individuales son seleccionados usando SIC. Los resultados son reportados como cocientes REPCM respecto al mejor modelo autoregresivo. La adición de los pronósticos de encuestas con pesos iguales a los términos AR reduce la REPCM para algunas variables, notablemente el IPC, PPIB, PIBR y GOBFEDR. Al incluir los términos autoregresivos, la combinación AR-PI responde a cualquier autocorrelación no recogida por los pronosticadores profesionales. Sin embargo, el promedio simple de los pronósticos de encuestas listados en el Cuadro 2 generalmente tienen un mejor desempeño que las combinaciones de los pronósticos de encuestas con los pronósticos de series de tiempo. Por ejemplo, AR_PI solamente tiene un mejor desempeño que el pronóstico de encuesta con pesos iguales en diez de 56 casos.⁸

Vimos en el Cuadro 2 que los simples pronósticos de encuestas con pesos iguales superan el desempeño de los mejores pronósticos individuales de series de tiempo aproximadamente dos tercios del tiempo. El Cuadro 3 muestra que ajustar por sesgo el pronóstico de encuestas con pesos iguales al añadir autoregresivo o autoregresivo y términos de factores como en la ecuación (2) generalmente no conduce a un desempeño mejor de pronóstico. Esto es probablemente guiado por el efecto del error de estimación asociado con tener que estimar los pesos sobre el pronóstico con pesos iguales en adición a los factores y términos autoregresivos incluidos. Esta sospecha es confirmada al encontrar que en 46 de 56 casos el promedio con pesos iguales de los pronósticos del modelo AR, el modelo agrandado en factores y las encuestas, i.e. la ecuación (1) mostrada en la última columna del Cuadro 3, mejoran el desempeño de la regresión de combinación correspondiente, la ecuación (2). Así, las ganancias de combinar pronósticos subjetivos y basados en modelo parecen provenir de los modelos incluidos y no mucho de los pesos estimados (i.e., el ajuste por sesgo). Esto puede ser explicado por la muestras cortas usadas aquí para estimar los pesos de combinación y los grandes errores de estimación resultantes.

Interesantemente, cuarenta por ciento del tiempo (i.e., 22 de 56 casos) el promedio con pesos iguales de los pronósticos del modelo autoregresivo, el modelo agrandado en factores y el pronóstico promedio de encuestas tienen un mejor desempeño que los pronósticos de encuestas con pesos iguales. Esto sugiere que los pronósticos de encuestas están modestamente sesgados y que en algunos casos este sesgo puede ser quitado al agrandar el pronóstico de encuestas con información de los modelos de series de tiempo. Además, la simple combinación con pesos iguales de los pronósticos

⁸Debido a que incluimos una constante en la combinación y permitimos un peso distinto a cero en los pronósticos SPF, esto se relaciona con el procedimiento de la media ajustada por sesgo propuesto por Capistrán y Timmermann (2009). Sin embargo, en contraste con este último, aquí también incluimos términos autoregresivos.

de encuestas y los pronósticos de series de tiempo, ecuación (1), casi nunca produce pronósticos muy malos.

3.4 Combinaciones de modelos lineales y no lineales

El Cuadro 4 presenta los resultados de la combinación de modelos lineales, univariantes o multivariantes, y modelos no lineales como en las ecuaciones (1) y (4), una vez más basados en estimación recursiva y selección SIC usando una búsqueda exhaustiva. Las primeras dos columnas presentan las combinaciones de los pronósticos no lineales con información que subyace el modelo autoregresivo en la ecuación (4). Para la especificación AR_LSTAR, la mayoría de los valores REPCM se ubican entre aquéllos obtenidos del modelo puramente AR y aquéllos generados por el modelo LSTAR y los pronósticos combinados solamente superan los pronósticos AR y los pronósticos LSTAR en pocos casos (7 de 56). Hay más margen para mejorar los pronósticos NNET extendidos para incluir información con valores presentes y pasados de la variables a pronosticar, en parte porque los pronósticos NNET son relativamente malos y así, irónicamente, los pronósticos NNET podrían no ser seleccionados en (4) y por lo tanto el pronóstico se ubica de nuevo sobre la parte autoregresiva.

Empíricamente, las ganancias en la precisión de pronóstico de nuevo parecen ser sensibles a la manera en que combinamos los modelos no lineales con el AR. Para una variable dada, un horizonte de pronóstico, y un periodo de tiempo, seleccionamos los pesos asignados a cada uno de los ocho rezagos y al pronóstico del modelo no lineal. Así, el pronóstico no lineal es solamente seleccionado cuando reduce el SIC respecto al modelo AR seleccionado. Esto ayuda a mitigar el problema que los modelos no lineales a veces hacen predicciones extremas y es lo que explica los altos cocientes REPCM para el desempleo cuando sólo los modelos no lineales son usados (ver Cuadro 2). Este hallazgo es consistente con la observación de Teräsvirta (2006) que “la combinación de pronósticos no lineales con los pronósticos de un modelo lineal podría a veces conducir a una serie de pronósticos que sean más robustos (contengan menos predicciones extremas) que los pronósticos de un modelo no lineal” (p. 438-439). Nuestros resultados sugieren que esta conclusión es particularmente cierta cuando la inclusión de pronósticos no lineales es ordenada por un criterio de selección de modelo y los pesos de combinación son estimados.

Las columnas etiquetadas AR_FAC_LSTAR y AR_FAC_NNET en el Cuadro 4 presentan los resultados correspondientes a las ecuaciones (1) y (4). La tercera y cuarta columna usan regresión lineal para estimar los pesos, (4), mientras que la quinta y sexta columna combinan los mismos modelos, pero usan pesos iguales como en (1). En la gran mayoría de los casos las combinaciones con pesos iguales continúan superando el desempeño de las combinaciones basadas en pesos estimados. Sin embargo, cuando usamos un promedio con pesos iguales para combinar los pronósticos no lineales con los pronósticos de los modelos univariante y multivariante, encontramos que el REPCM se reduce, en relación a los mejores valores REPCM subyacentes en los modelos, para menos de la mitad de todos los casos.

3.5 Combinación del conjunto total de pronósticos

Finalmente combinamos el conjunto total de pronósticos bajo consideración. De nuevo, consideramos dos esquemas de combinación. Uno de ellos simplemente usa un promedio con pesos iguales de los pronósticos de los modelos AR, AR_FAC, LSTAR y NNET junto con la media de los pronósticos de encuestas en la ecuación (1). El otro esquema combina los pronósticos de dos modelos no lineales y las encuestas con hasta ocho términos autoregresivos y cinco factores comunes. Los resultados son presentados en el Cuadro 5 para casos con pesos estimados y pesos iguales. El último de ellos es claramente más fácil de implementar, debido a que solamente requiere escoger los parámetros de cada bloque, i.e., los rezagos para el AR, el número de rezagos y factores para el AR_FAC, el número de rezagos en cada régimen del LSTAR, etc. En contraste, la selección de modelo y estimación de parámetros es computacionalmente intensiva: para cada variable, horizonte de pronóstico, y periodo de tiempo, $2^{\hat{8} + 5 + 1 + 1 + 1} = 65,536$ modelos son estimados y uno es seleccionado por el SIC.⁹

Los resultados indican que frecuentemente no se conservan las ganancias de combinar solamente los pronósticos de encuestas al extender el conjunto de información que subyace la combinación de pronósticos. En efecto sólo en 18 de 56 casos la combinación de pesos iguales de series de tiempo y pronósticos de encuestas conduce a una mejora sobre el uso de sólo pronósticos de encuestas.

El uso de pesos iguales domina al uso de pesos de combinación estimados en aproximadamente dos tercios de todos los casos (38 de 56). Sin embargo, los resultados varían mucho a través de las variables. Para las series de desempleo, la estimación de pesos domina el uso de pesos iguales, pero para otras variables, como UTILC, NUECAS, o GOBELR pesos iguales domina. Además, para la mayoría de las variables los resultados varían a través de horizontes. Un ejemplo de esto último es PPIB, para el cual la estimación de pesos domina en los horizontes de 1 y 3 trimestres, pero en cambio es dominada por pesos iguales para los horizontes de 2 y 4 trimestres.

Concluimos de este análisis que usando pesos iguales conduce a un mejor desempeño de pronóstico que usando pesos de combinación estimados en aproximadamente dos tercios de todos los casos donde los pronósticos de modelos de series de tiempo y encuestas son considerados. Interesantemente, inclusive si ellos no siempre producen los pronósticos más precisos, las combinaciones de pronósticos, particularmente la de pesos iguales, generalmente no tienen un mal desempeño y así representan una opción relativamente segura desde la perspectiva de “riesgo”.

4 Inestabilidad de Modelo

Si las combinaciones de pronósticos ofrecen un “par de manos seguras” depende, hasta cierta medida, de cuales fuentes de riesgo ellas ayudan a los pronosticadores a cubrirse. En esta sección nos ocupamos en averiguar si las combinaciones mejoran el desempeño de pronóstico en la presencia de un tipo particular de riesgo, particularmente la inestabilidad de modelo.

⁹ Hay hasta ocho términos autoregresivos, cinco factores, un pronóstico LSTAR, un pronóstico NNET y un pronóstico de encuestas con pesos iguales.

Hendry y Clements (2004) argumentan que las combinaciones de pronósticos pueden proveer un seguro contra quiebres estructurales extraños (determinísticos) cuando los modelos individuales de pronóstico están mal especificados. Su análisis provee evidencia que respalda que las combinaciones simples pueden funcionar bien bajo un quiebre al final de la muestra en el proceso que gobierna la dinámica de las variables predictoras. Ellos consideran un amplio arreglo de diseños para el quiebre y encuentran que las combinaciones funcionan particularmente bien cuando los predictores son desplazados en direcciones opuestas y están positivamente correlacionados.

En apoyo de la interpretación de que la inestabilidad de modelo podría explicar el buen desempeño promedio de los métodos de combinación de pronósticos, los hallazgos en Stock y Watson (2001) sugieren que el desempeño de los pronósticos combinados tiende a ser más estable que aquéllos de los pronósticos individuales constituyentes de las combinaciones. Interesantemente, sin embargo, las ganancias de los métodos de combinación que intentan incorporar variaciones de tiempo en los pesos de combinación (ya sea por el descuento del desempeño pasado o por la modelación de variaciones de tiempo en los pesos) han probado ser elusivas.

Consideramos la inestabilidad en el contexto de un modelo simple de factores comunes. Los modelos de factores han jugado un papel importante en el trabajo reciente de pronósticos en la presencia de un gran número de variables predictoras y son ampliamente usadas en el terreno empírico para pronosticar series de tiempo macroeconómicas y financieras (Stock y Watson (2002), Bai y Ng (2002), Bovin y Ng (2006), Forni et al. (2000, 2005), Artis et al. (2005), y Marcellino (2004)). Además, intuición puede ser ganada en términos de la distribución de las cargas/exposiciones de factores y la variabilidad de los factores individuales.

Consideramos pronosticar una sola variable, Y_{0t} , por medio de un arreglo de variables de estado, Y_{1t}, \dots, Y_{Nt} para $t = 1, \dots, T$, donde T es el tamaño de la muestra. Nuestro punto de partida es un modelo de factores de la forma

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L} + \varepsilon, \quad (7)$$

donde \mathbf{Y} es una matriz de datos $T \times (N + 1)$, \mathbf{F} es una matriz $T \times m$ que contiene los m factores, \mathbf{L} es una matriz de cargas de factores $m \times (N + 1)$, y ε es una matriz de innovaciones $T \times (N + 1)$ con matriz de covarianza $E[\varepsilon\varepsilon'] = \mathbf{\Omega}$.

Para un periodo de tiempo particular, $1 \leq t \leq T$, podemos escribir el modelo

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{F}_t \cdot \mathbf{L} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (8)$$

donde $\mathbf{Y}_t = (Y_{0t}, \hat{Y}_{1t}, \dots, \hat{Y}_{Nt})$ es ahora un vector $1 \times (N + 1)$, \mathbf{F}_t es un vector de factores $1 \times m$ y ε_t son las innovaciones en el tiempo t . Usamos un subíndice cero en el primer elemento de \mathbf{Y}_t para indicar que esta es la variable cuyos valores están siendo pronosticados. El resto de los términos, $\hat{Y}_{1t}, \hat{Y}_{2t}, \dots, \hat{Y}_{Nt}$ son pronósticos como lo indican los gorros. Este es un planteamiento altamente estilizado donde los pronósticos individuales tienen contenido predictivo por su correlación con las futuras observaciones de los factores.

Se asume que la dinámica de factores es guiada por un proceso autoregresivo,

$$\mathbf{F}'_t = \mathbf{A}\mathbf{F}'_{t-1} + \varepsilon'_{Ft}, \quad E[\varepsilon_{Ft}\varepsilon'_{Ft}] = \mathbf{\Sigma}, \quad (9)$$

donde $E[\varepsilon'_{Ft}\varepsilon_t] = \mathbf{0}$. Siguiendo la práctica común, además asumimos que los factores son ortogonales. Hay muchas maneras para especificar quiebres a este proceso. Asumiremos que los quiebres son rastreados por un indicador de estado, S_t , que puede tomar dos posibles valores, esto es $S_t = 1$ o $S_t = 2$.¹⁰ Los quiebres pueden luego tomar la forma de un desplazamiento en algunos de los parámetros del modelo (8)-(9) regido por un cambio en S_t . Para este fin particionamos los factores en $\mathbf{F}_t = (\mathbf{F}_{1t}|\mathbf{F}_{2t})$, donde \mathbf{F}_{1t} es $1 \times m_1$ y \mathbf{F}_{2t} es $1 \times m_2$ con $m_1 + m_2 = m$ y matrices de covarianza asociadas $Var(F_{1t}) = \Sigma_{F_1}$, $Var(F_{2t}) = \Sigma_{F_2}$, $Cov(F_{1t}, F_{2t}) = \Sigma_{F_{12}}$. Además, supongamos que la matriz de coeficientes de carga puede ser particionada como lo siguiente

$$\mathbf{L} = (\mathbf{l}_0 \ \mathbf{L}_r), \quad \mathbf{L}_r = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{1r} \\ \mathbf{L}_{2r} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{l}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{l}_{01} \\ \mathbf{l}_{02} \end{pmatrix},$$

donde la dimensión de \mathbf{l}_0 es $m \times 1$, \mathbf{L}_r es $m \times N$, \mathbf{L}_{1r} es $m_1 \times N$, \mathbf{L}_{2r} es $m_2 \times N$, \mathbf{l}_{01} es $m_1 \times 1$ y \mathbf{l}_{02} es $m_2 \times 1$.

Supongamos que los quiebres pueden tomar la forma de un desplazamiento en las cargas de una variable objetivo, Y_{0t} de los primeros m_1 factores hasta los últimos m_2 factores:

$$Y_{0t} = \mathbf{1}_{\{S_t=1\}}\mathbf{F}_{1t}\mathbf{l}_{01} + \mathbf{1}_{\{S_t=2\}}\mathbf{F}_{2t}\mathbf{l}_{02} + \varepsilon_{0t}, \quad (10)$$

donde $\mathbf{1}_{\{S_t=1\}}$ es una variable indicadora que equivale a uno en el tiempo t si $S_t = 1$, de otra manera es cero. Similarmente $\mathbf{1}_{\{S_t=2\}}$ es uno en el tiempo t sólo si $S_t = 2$. Asumiendo que las probabilidades de estado son dadas por $\Pr(S_t = 1) = p$, $\Pr(S_t = 2) = 1 - p$, el valor poblacional del coeficiente de proyección de Y_{0t} sobre \hat{Y}_{it} ($i = 1, \dots, N$), β_i , está dado por

$$\beta_i = (\mathbf{l}'_i \mathbf{\Sigma}_F \mathbf{l}_i + \sigma_{\varepsilon_i}^2)^{-1} (p \mathbf{l}'_{01} \mathbf{\Sigma}_{F_1} \mathbf{l}_{i1} + (1 - p) \mathbf{l}'_{02} \mathbf{\Sigma}_{F_2} \mathbf{l}_{i2}), \quad (11)$$

donde $\mathbf{\Sigma}_F = Var(\mathbf{F}_t)$, $\mathbf{\Sigma}_{F_j} = Var(\mathbf{F}_{jt})$, ($j = 1, 2$), \mathbf{l}_i es el i -ésimo vector columna $m \times 1$ de \mathbf{L}_r , mientras \mathbf{l}_{i1} y \mathbf{l}_{i2} son vectores $m_1 \times 1$ y $m_2 \times 1$ formados como las i -ésimas columnas de \mathbf{L}_{1r} y \mathbf{L}_{2r} , respectivamente.

Siguiendo la práctica común, asumimos que cada modelo de pronóstico está basado en una proyección lineal de la variable objetivo, Y_{0t} , sobre uno de los pronósticos, \hat{Y}_{it} , ($i = 1, \dots, N$). Para establecer las propiedades de tales pronósticos, note de (8) que la proyección poblacional de Y_{0t} sobre \hat{Y}_{it} es

$$\hat{Y}_{0t|i} = \beta_i \mathbf{F}_t \mathbf{l}_i + \beta_i \varepsilon_{it}.$$

El error de pronóstico asociado es $e_{it} = Y_{0t} - \hat{Y}_{0t|i}$. Los momentos de la distribución conjunta de

¹⁰Nuestros resultados se pueden generalizar fácilmente para el caso donde S_t toma un número arbitrario de valores discretos.

estos errores de pronóstico están caracterizados por lo siguiente. Condicionado en $S_t = 1$, tenemos

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_{it}) &= (\mathbf{l}_{01} - \beta_i \mathbf{l}_{i1})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_1} (\mathbf{l}_{01} - \beta_i \mathbf{l}_{i1}) + \beta_i^2 \mathbf{l}_{i2}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_2} \mathbf{l}_{i2} + 2\beta_i (\mathbf{l}_{01} - \beta_i \mathbf{l}_{i1})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} \mathbf{l}_{i2} + \sigma_{\varepsilon_0}^2 + \beta_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2, \\ \text{Cov}(e_{it}, e_{jt}) &= (\mathbf{l}_{01} - \beta_i \mathbf{l}_{i1})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_1} (\mathbf{l}_{01} - \beta_j \mathbf{l}_{j1}) + \beta_i \beta_j \mathbf{l}_{i2}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_2} \mathbf{l}_{j2} \\ &\quad + \beta_j (\mathbf{l}_{01} - \beta_i \mathbf{l}_{i1})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} \mathbf{l}_{j2} + \beta_i (\mathbf{l}_{01} - \beta_j \mathbf{l}_{j1})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} \mathbf{l}_{i2} + \sigma_{\varepsilon_0}^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Condicionado en $S_t = 2$, tenemos

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_{it}) &= \beta_i^2 \mathbf{l}_{i1}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_1} \mathbf{l}_{i1} + (\mathbf{l}_{02} - \beta_i \mathbf{l}_{i2})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_2} (\mathbf{l}_{02} - \beta_i \mathbf{l}_{i2}) + 2\beta_i \mathbf{l}_{i1}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} (\mathbf{l}_{02} - \beta_i \mathbf{l}_{i2}) + \sigma_{\varepsilon_0}^2 + \beta_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2, \\ \text{Cov}(e_{it}, e_{jt}) &= \beta_i \beta_j \mathbf{l}_{i2}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_1} \mathbf{l}_{j1} + (\mathbf{l}_{02} - \beta_i \mathbf{l}_{i2})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_2} (\mathbf{l}_{02} - \beta_j \mathbf{l}_{j2}) \\ &\quad + \beta_j (\mathbf{l}_{02} - \beta_i \mathbf{l}_{i2})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} \mathbf{l}_{j1} + \beta_i (\mathbf{l}_{02} - \beta_j \mathbf{l}_{j2})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} \mathbf{l}_{i1} + \sigma_{\varepsilon_0}^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Esto significa que el EPCM asociado con el i -ésimo error de pronóstico es

$$\begin{aligned} \text{EPCM}(e_{it}) &= p \left\{ (\mathbf{l}_{01} - \beta_i \mathbf{l}_{i1})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_1} (\mathbf{l}_{01} - \beta_i \mathbf{l}_{i1}) + \beta_i^2 \mathbf{l}_{i2}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_2} \mathbf{l}_{i2} + 2\beta_i (\mathbf{l}_{01} - \beta_i \mathbf{l}_{i1})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} \mathbf{l}_{i2} \right\} \\ &\quad + (1-p) \left\{ \beta_i^2 \mathbf{l}_{i1}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_1} \mathbf{l}_{i1} + (\mathbf{l}_{02} - \beta_i \mathbf{l}_{i2})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_2} (\mathbf{l}_{02} - \beta_i \mathbf{l}_{i2}) + 2\beta_i \mathbf{l}_{i1}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} (\mathbf{l}_{02} - \beta_i \mathbf{l}_{i2}) \right\} \\ &\quad + \sigma_{\varepsilon_0}^2 + \beta_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2. \end{aligned}$$

Similarmente, el EPCM asociado con el pronóstico promedio $\bar{Y}_t = N^{-1} \sum_{i=1}^N \hat{Y}_{it}$, y el error correspondiente, $\bar{e}_t = (Y_{0t} - \bar{Y}_t)$, es

$$\begin{aligned} \text{EPCM}(\bar{e}_t) &= p \left\{ (\mathbf{l}_{01} - \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i1}}{N})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_1} (\mathbf{l}_{01} - \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i1}}{N}) + \left(\sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i2}}{N} \right)' \boldsymbol{\Sigma}_{F_2} \left(\sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i2}}{N} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2(\mathbf{l}_{01} - \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i1}}{N})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i2}}{N} \right\} \\ &\quad + (1-p) \left\{ \left(\sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i1}}{N} \right)' \boldsymbol{\Sigma}_{F_1} \left(\sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i1}}{N} \right) + (\mathbf{l}_{02} - \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i2}}{N})' \boldsymbol{\Sigma}_{F_2} (\mathbf{l}_{02} - \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i2}}{N}) \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i1}}{N}' \boldsymbol{\Sigma}_{F_{12}} (\mathbf{l}_{02} - \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \mathbf{l}_{i2}}{N}) \right\} \\ &\quad + \sigma_{\varepsilon_0}^2 + \left(\sum_{i=1}^N \frac{\beta_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2}{N} \right). \end{aligned}$$

Estas expresiones son muy generales y difíciles de interpretar así que simplificamos el modelo al caso donde $m = N = 2$ y $\mathbf{L} = \mathbf{I}_2$ de tal manera que cada pronóstico rastree solamente un factor y sea así mal especificado.¹¹ Asumiendo solamente un quiebre en las cargas de factores, \mathbf{l}_0 , y fijando

¹¹ Podríamos fácilmente relajar estos supuestos y permitir que Y_{1t}, Y_{2t} dependieran de ambos factores. Sin embargo, estas generalizaciones logran poco entendimiento adicional con el costo de complicaciones en la aritmética y la interpretación de los resultados.

$\mathbf{A} = \mathbf{0}$, tenemos

$$\begin{aligned} Y_{0t} &= \mathbf{1}_{\{S_t=1\}}F_{1t} + \mathbf{1}_{\{S_t=2\}}F_{2t} + \varepsilon_{0t}, \\ \hat{Y}_{1t} &= F_{1t} + \varepsilon_{1t}, \\ \hat{Y}_{2t} &= F_{2t} + \varepsilon_{2t}. \end{aligned} \tag{14}$$

Se asume que todas las variables son gaussianas con $F_{1t} \sim N(0, \sigma_{F_1}^2)$, $F_{2t} \sim N(0, \sigma_{F_2}^2)$, $\varepsilon_{0t} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_0}^2)$, $\varepsilon_{1t} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_1}^2)$, $\varepsilon_{2t} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_2}^2)$, mientras las innovaciones, ε , están mutuamente no correlacionadas y no correlacionadas con los factores y la $Cov(F_{1t}, F_{2t}) = \sigma_{F_1 F_2}$.

La proyección lineal de Y_t sobre Y_{1t} puede ser obtenida a través del estimador de mínimos cuadrados ($i = 1, 2$)

$$\hat{\beta}_i = \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_{it}^2 \right)^{-1} \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_{0t} Y_{it} \right)$$

con límites de probabilidad

$$\begin{aligned} p \lim(\hat{\beta}_1) &= \frac{p\sigma_{F_1}^2 + (1-p)\sigma_{F_1 F_2}}{\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2} \equiv \beta_1, \\ p \lim(\hat{\beta}_2) &= \frac{(1-p)\sigma_{F_2}^2 + p\sigma_{F_1 F_2}}{\sigma_{F_2}^2 + \sigma_{\varepsilon_2}^2} \equiv \beta_2. \end{aligned}$$

Esto conduce a la siguiente distribución conjunta de los errores de pronóstico $e_{it} = Y_{0t} - \beta_i Y_{it}$ ($i = 1, 2$):

Condicionado en $S_t = 1$:

$$\begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} (1-\beta_1)^2 \sigma_{F_1}^2 + \beta_1^2 \sigma_{\varepsilon_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_0}^2 & (1-\beta_1)\sigma_{F_1}^2 - (1-\beta_1)\beta_2 \sigma_{F_1 F_2} + \sigma_{\varepsilon_0}^2 \\ (1-\beta_1)\sigma_{F_1}^2 - (1-\beta_1)\beta_2 \sigma_{F_1 F_2} + \sigma_{\varepsilon_0}^2 & \sigma_{F_1}^2 + \beta_2^2 \sigma_{F_2}^2 - 2\beta_2 \sigma_{F_1 F_2} + \beta_2^2 \sigma_{\varepsilon_2}^2 + \sigma_{\varepsilon_0}^2 \end{pmatrix} \right).$$

Condicionado en $S_t = 2$:

$$\begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta_1^2 \sigma_{F_1}^2 + \sigma_{F_2}^2 - 2\beta_1 \sigma_{F_1 F_2} + \beta_1^2 \sigma_{\varepsilon_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_0}^2 & (1-\beta_2)\sigma_{F_2}^2 - \beta_1(1-\beta_2)\sigma_{F_1 F_2} + \sigma_{\varepsilon_0}^2 \\ (1-\beta_2)\sigma_{F_2}^2 - \beta_1(1-\beta_2)\sigma_{F_1 F_2} + \sigma_{\varepsilon_0}^2 & (1-\beta_2)^2 \sigma_{F_2}^2 + \beta_2^2 \sigma_{\varepsilon_2}^2 + \sigma_{\varepsilon_0}^2 \end{pmatrix} \right).$$

Al integrar a través de estados, obtenemos los valores EPCM

$$\begin{aligned} E[e_{1t}^2] &= E [((S_t - \beta_1)F_{1t} + (1 - S_t)F_{2t} + \varepsilon_{0t} - \beta_1 \varepsilon_{1t})^2] \\ &= (p(1 - \beta_1)^2 + (1 - p)\beta_1^2) \sigma_{F_1}^2 + (1 - p)\sigma_{F_2}^2 - 2(1 - p)\beta_1 \sigma_{F_1 F_2} + \beta_1^2 \sigma_{\varepsilon_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_0}^2; \\ E[e_{2t}^2] &= E [(S_t F_{1t} + (1 - S_t - \beta_2)F_{2t} + \varepsilon_{0t} - \beta_2 \varepsilon_{2t})^2] \\ &= p\sigma_{F_1}^2 + (p\beta_2^2 + (1 - p)(1 - \beta_2)^2) \sigma_{F_2}^2 - 2p\beta_2 \sigma_{F_1 F_2} + \beta_2^2 \sigma_{\varepsilon_2}^2 + \sigma_{\varepsilon_0}^2. \end{aligned}$$

Similarmente, el EPCM del pronóstico combinado con pesos iguales $\hat{Y}_t^c = (\hat{Y}_{1t} + \hat{Y}_{2t})/2$ es

$$\begin{aligned} E[e_{ct}^2] &= E [((S_t - \beta_1/2)F_{1t} + (1 - S_t - \beta_2/2)F_{2t} + \varepsilon_{0t} - 0,5\beta_1\varepsilon_{1t} - 0,5\beta_2\varepsilon_{2t})^2] \\ &= (p(1 - \beta_1/2)^2 + (1 - p)\beta_1^2/4)\sigma_{F_1}^2 + (p\beta_2^2/4 + (1 - p)(1 - \beta_2/2)^2)\sigma_{F_2}^2 + \\ &\quad \beta_1^2\sigma_{\varepsilon_1}^2/4 + \beta_2^2\sigma_{\varepsilon_2}^2/4 + \sigma_{\varepsilon_0}^2 - (p(1 - \beta_1/2)\beta_2 + (1 - p)\beta_1(1 - \beta_2/2))\sigma_{F_1F_2}. \end{aligned}$$

Por simpleza suponemos que los factores están no correlacionados y así $\sigma_{F_1F_2} = 0$. Entonces $E[e_{1t}^2] > E[e_{ct}^2]$ si

$$\begin{aligned} &\left(p(1 - \beta_1)^2 + (1 - p)\beta_1^2 - p(1 - \frac{\beta_1}{2})^2 - (1 - p)\frac{\beta_1^2}{4} \right) \sigma_{F_1}^2 \\ &+ \left((1 - p) - p\frac{\beta_2^2}{4} - (1 - p)(1 - \frac{\beta_2}{2})^2 \right) \sigma_{F_2}^2 + \frac{3}{4}\beta_1^2\sigma_{\varepsilon_1}^2 - \frac{1}{4}\beta_2^2\sigma_{\varepsilon_2}^2 > 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Esta condición se satisface si

$$\left(\frac{3}{4}\beta_1^2 - p\beta_1 \right) \sigma_{F_1}^2 + \left(\beta_2(1 - p) - \frac{1}{4}\beta_2^2 \right) \sigma_{F_2}^2 + \frac{3}{4}\beta_1^2\sigma_{\varepsilon_1}^2 - \frac{1}{4}\beta_2^2\sigma_{\varepsilon_2}^2 > 0.$$

Usando la definición de β_1, β_2 , esto puede ser escrito como

$$\frac{\sigma_{F_2}^2}{\sigma_{F_1}^2} > \frac{1}{3} \left(\frac{p}{1 - p} \right)^2 \frac{(1 + \sigma_{\varepsilon_2}^2/\sigma_{F_2}^2)}{(1 + \sigma_{\varepsilon_1}^2/\sigma_{F_1}^2)}. \quad (16)$$

Así pues es más probable que el EPCM del modelo 1 exceda al del pronóstico con pesos iguales si el segundo explicara una gran parte de la variación en Y en relación al primer factor ($\sigma_{F_2}^2/\sigma_{F_1}^2$ es alto); el segundo factor es en efecto más frecuente ($p/(1 - p)$ es bajo) y el segundo pronóstico tiene un cociente señal-a-ruido bajo en relación al del modelo 1 ($\sigma_{\varepsilon_2}^2/\sigma_{F_2}^2$ es bajo en relación a $\sigma_{\varepsilon_1}^2/\sigma_{F_1}^2$).

Por simetría, las condiciones para $E[e_{2t}^2] > E[e_{ct}^2]$ son

$$\frac{\sigma_{F_2}^2}{\sigma_{F_1}^2} < 3 \left(\frac{p}{1 - p} \right)^2 \frac{(1 + \sigma_{\varepsilon_2}^2/\sigma_{F_2}^2)}{(1 + \sigma_{\varepsilon_1}^2/\sigma_{F_1}^2)}. \quad (17)$$

Si (16) y (17) son válidas, el pronóstico promedio tendrá un EPCM poblacional menor que el de los modelos individuales. Resumimos este resultado en la siguiente proposición.

Proposición 1 *Supongamos que $(Y_t, \hat{Y}_{1t}, \hat{Y}_{2t})$ es generado por el proceso (14) con factores gaussianos e innovaciones mutuamente no correlacionados y que $S_t = 1$ con una probabilidad constante p mientras la probabilidad que $S_t = 2$ es $(1 - p)$. Entonces el EPCM poblacional del pronóstico combinado con pesos iguales será menor que el EPCM poblacional del mejor modelo si la siguiente condición es válida:*

$$\frac{1}{3} \left(\frac{p}{1 - p} \right)^2 \frac{(1 + \sigma_{\varepsilon_2}^2/\sigma_{F_2}^2)}{(1 + \sigma_{\varepsilon_1}^2/\sigma_{F_1}^2)} < \frac{\sigma_{F_2}^2}{\sigma_{F_1}^2} < 3 \left(\frac{p}{1 - p} \right)^2 \frac{(1 + \sigma_{\varepsilon_2}^2/\sigma_{F_2}^2)}{(1 + \sigma_{\varepsilon_1}^2/\sigma_{F_1}^2)}.$$

La Gráfica 1 muestra los valores de EPCM de los modelos 1, 2 y el pronóstico combinado como una función de p bajo diferentes supuestos acerca de las varianzas relativas de factores y las varianzas de los términos de error. En la Gráfica 1a los dos pronósticos son de igual calidad así que el pronóstico con pesos iguales está cerca de ser óptimo y siempre domina a los pronósticos individuales. En contraste, en las Gráficas 1b,c solamente para valores de p bajos (Gráfica 1b) y altos (Gráfica 1c) resulta que el pronóstico combinado es el mejor. Finalmente en la Gráfica 1d mostramos un ejemplo donde la combinación de pronóstico domina los pronósticos individuales si p se ubica entre 0.2 y 0.8. Debido a que la probabilidad de un cambio en la estructura de factores puede ser medida por $p(1-p)$, ésta es también la región donde los ‘quiebres’ son más probables, sugiriendo que la inestabilidad de modelo puede ser una razón para el buen desempeño de las combinaciones de pronóstico.

Una condición equivalente para $E[e_{1t}^2] > E[e_{ct}^2]$ es (permitiendo que $k_1 = (1/3)\sigma_{F_1}^2(p/(1-p))^2$)

$$(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)\sigma_{F_2}^4 - k_1\sigma_{F_1}^2\sigma_{F_2}^2 - k_1\sigma_{\varepsilon_2}^2\sigma_{F_1}^2 > 0 \quad (18)$$

con raíces reales

$$\frac{k_1\sigma_{F_1}^2 \pm \sqrt{k_1^2\sigma_{F_1}^4 + 4k_1\sigma_{\varepsilon_2}^2\sigma_{F_1}^2(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)}}{2(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)}. \quad (19)$$

Similarmente, $E[e_{2t}^2] > E[e_{ct}^2]$ si

$$(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)\sigma_{F_2}^4 - k_2\sigma_{F_1}^2\sigma_{F_2}^2 - k_2\sigma_{\varepsilon_2}^2\sigma_{F_1}^2 < 0, \quad (20)$$

donde $k_2 = 3\sigma_{F_1}^2(p/(1-p))^2$. Esta tiene raíces

$$\frac{k_2\sigma_{F_1}^2 \pm \sqrt{k_2^2\sigma_{F_1}^4 + 4k_2\sigma_{\varepsilon_2}^2\sigma_{F_1}^2(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)}}{2(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)}. \quad (21)$$

En ambos casos, una raíz será negativa mientras la otra es positiva. Esto significa que el pronóstico combinado con pesos iguales domina los pronósticos individuales si $\sigma_{F_2}^2$ se ubica en el intervalo

$$\left[\frac{k_1\sigma_{F_1}^2 + \sqrt{k_1^2\sigma_{F_1}^4 + 4k_1\sigma_{\varepsilon_2}^2\sigma_{F_1}^2(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)}}{2(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)}; \frac{k_2\sigma_{F_1}^2 + \sqrt{k_2^2\sigma_{F_1}^4 + 4k_2\sigma_{\varepsilon_2}^2\sigma_{F_1}^2(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)}}{2(\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2)} \right]. \quad (22)$$

La Gráfica 2 representa las bandas inferior y superior de este rango de valores para $\sigma_{F_2}^2$. La banda inferior refleja el desempeño de la combinación contra el primer modelo mientras que la banda superior refleja el desempeño contra el segundo modelo. A medida que p se incrementa, disminuye la verosimilitud de que el modelo 2 sea el modelo verdadero así que, cuando este modelo es de hecho válido, debe ser mejor que el modelo 1 por un amplio margen, i.e. $\sigma_{F_2}^2$ debe incrementarse. Contrariamente, el desempeño del segundo modelo cuando es válido no puede ser muy bueno en relación al modelo 1 - de otra manera una estrategia de solamente usar el pronóstico del modelo

2 sería la estrategia dominante - lo cual es la intuición de por qué se necesita el límite superior. Para valores de $\sigma_{F_2}^2$ entre los dos límites, la combinación con pesos iguales domina los pronósticos individuales.

Las conclusiones de arriba no se alteran al permitir correlaciones distintas a cero a través de los dos factores. Después de algo de algebra, podemos modificar las ecuaciones (16) y (17) al añadir un término

$$\frac{2p(3 + 2(\sigma_{\varepsilon_1}^2/\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_2}^2/\sigma_{F_2}^2))\sigma_{F_1F_2}}{3(1-p)(1 + \sigma_{\varepsilon_2}^2/\sigma_{F_2}^2)\sigma_{F_1}^2}$$

al lado derecho de (16) y restar (1/3) veces este término del lado derecho de la ecuación (17). Como era de esperarse, esto tiende a reducir el rango donde el pronóstico combinado funciona mejor.

5 Quiebres y Desempeño de Pronóstico Empírico

Para ilustrar el desempeño de un rango de métodos de combinación de pronósticos en la presencia de quiebres, finalmente llevamos a cabo un experimento de Monte Carlo en el contexto de un modelo simple de factores comunes.

5.1 Planteamiento

El conjunto de datos que consideramos es el mismo que el usado por Stock y Watson (2004). Consiste de hasta 43 series de tiempo trimestrales para la economía de EEUU durante el periodo que abarca desde el primer trimestre de 1959 hasta el cuarto trimestre de 1999, aunque algunas series están disponibles solamente para un periodo más corto. Las 43 series incluyen un rango de precios de activos (rendimientos, tasas de interés y márgenes diferenciales), medidas de actividad económica real, salarios y precios, y varias medidas del dinero.¹² Para lograr estacionariedad, conforme se necesite las series son transformadas para eliminar tendencias al tomar primeras diferencias, en muchos casos después de tomar logaritmos. Luego estandarizamos los datos transformados para que tengan media muestral igual a cero y varianza muestral unitaria. Permitamos que $y_{i,t}$, $i = 1, \dots, N$ denote las series individuales estandarizadas de datos transformados y asumamos la siguiente estructura de factores para las variables transformadas:

$$Y_t = \Lambda F_t + \epsilon_t, \tag{23}$$

¹² Siguiendo a Stock y Watson (2004) las variables están sujetas a las siguientes transformaciones. Primero, en pocos casos las series contienen un valor atípico grande—tales como picos asociados con golpes—y estos valores atípicos son reemplazados por valores interpolados. Segundo, las series que muestran una variación estacional significativa se ajustan estacionalmente usando una aproximación lineal al X11 para evitar problemas con no linealidades, vea Ghysels, Granger y Siklos (1996). Tercero, las series de datos disponibles mensualmente son agregadas para obtener observaciones trimestrales.

donde $Y_t = (y_{1,t}, \dots, y_{N,t})'$, $E[\epsilon_t' \epsilon_t] = R$ y se asume que la dinámca de factores está gobernada por un proceso autoregresivo de primer orden:

$$F_t = AF_{t-1} + u_t, \quad (24)$$

donde $E[u_t' u_t] = \Omega$. Estimamos $\widehat{\Lambda}$ y \widehat{F}_t por componentes principales usando un panel balanceado que es un subconjunto de todo el conjunto de datos que incluye 36 series. Nos enfocamos en los primeros cuatro factores que explican 65% de la varianza del panel. Dados $\widehat{\Lambda}$ y \widehat{F}_t podemos estimar $\widehat{\epsilon}_t = Y_t - \widehat{\Lambda} \widehat{F}_t$ y $\widehat{R} = \widehat{\epsilon}_t' \widehat{\epsilon}_t / (T-1)$. Luego ajustamos un modelo VAR(1) a los primeros cuatro factores y estimamos \widehat{A} y $\widehat{\Omega}$. Bajo un planteamiento de factores estables, factores y datos son simulados como sigue:¹³

$$\begin{aligned} \widehat{F}_t^m &= \widehat{A} \widehat{F}_{t-1}^m + u_t^m, & u_t^m &\sim N(0, \widehat{\Omega}) \\ \widehat{Y}_t^m &= \widehat{\Lambda} \widehat{F}_t^m + \eta_t^m, & \eta_t^m &\sim N(0, \widehat{R}), \end{aligned} \quad (25)$$

donde $m = 1, \dots, 100$ se refiere a una simulación de Monte Carlo particular. Permitimos inestabilidad en el modelo de factores mediante quiebres en cualquiera de las cargas de factores, Λ , en la dinámca de factores, A , o en la matriz de covarianza de los factores, Ω . Generalizando el planteamiento de la Sección 4, los quiebres son generados a través de una serie indicadora S_t^m de un proceso de Markov con Saltos de Régimen que puede tomar dos posibles valores $S_t^m = 1$ o $S_t^m = 2$ con probabilidades de transición $p_{11} = p_{22} = 0,8$, donde $p_{ij} = \text{prob}(S_t = i | S_{t-1} = j)$.

Consideramos tres escenarios de punto de quiebre:

1. Quiebres en las cargas de factores:

$$\begin{aligned} \widehat{F}_t^m &= \widehat{A} \widehat{F}_{t-1}^m + u_t^m, & u_t^m &\sim N(0, \widehat{\Omega}) \\ \widehat{Y}_t^m &= 2 \times \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} \widehat{\Lambda}_{1:2} \widehat{F}_{1:2,t}^m + 2 \times \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} \widehat{\Lambda}_{3:4} \widehat{F}_{3:4,t}^m + \eta_t^m, & \eta_t^m &\sim N(0, \widehat{R}) \end{aligned}$$

¹³La recursión se inicializa al fijar $\widehat{F}_0^m = N(0, \widehat{\Omega})$. Simulamos series de tiempo con 200 observaciones y descartamos las primeras 65 observaciones para corresponder la longitud promedio de los datos observados.

2. Quiebres en la dinámica de factores:

$$S_t^m = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} \\ \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} \\ \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} \\ \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} & \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}} \end{bmatrix}$$

$$\widehat{A}_t^m = S_t^m \odot \widehat{A}$$

$$\widehat{F}_t^m = \widehat{A}_t^m \widehat{F}_{t-1}^m + u_t^m, \quad u_t^m \sim N(0, \widehat{\Omega})$$

$$\widehat{Y}_t^m = \widehat{\Lambda} \widehat{F}_t^m + \eta_t^m, \quad \eta_t^m \sim N(0, \widehat{R})$$

3. Quiebres en la matriz de covarianza de los factores:

$$\psi_t^m = 2 \times \mathbf{1}_{\{S_t^m=1\}} + 0,5 \times \mathbf{1}_{\{S_t^m=2\}}$$

$$\Psi_t^m = [\psi_t^m, \psi_t^m, 1/\psi_t^m, 1/\psi_t^m]$$

$$\widehat{\Omega}_t^m = \Psi_t^m \odot \widehat{\Omega}$$

$$\widehat{F}_t^m = \widehat{A} \widehat{F}_{t-1}^m + u_t^m, \quad u_t^m \sim N(0, \widehat{\Omega}_t^m)$$

$$\widehat{Y}_t^m = \widehat{\Lambda} \widehat{F}_t^m + \eta_t^m, \quad \eta_t^m \sim N(0, \widehat{R})$$

Siguiendo el análisis de Stock y Watson (2001), nos enfocamos en modelos de pronósticos lineales. Específicamente, consideramos autoregresiones simples con longitudes de rezago seleccionadas recursivamente usando SIC con hasta $L = 4$ rezagos:

$$y_{i,t+1} = c_i + \sum_{l=0}^L \lambda_{i,l} y_{i,t-l} + \epsilon_{i,t+1}. \quad (26)$$

También consideramos todos los posibles modelos autoregresivos bivariantes que incluyen un regresor adicional, $y_{j,t}$, tomado del conjunto completo de variables transformadas:

$$y_{i,t+1} = c_i + \sum_{l_1=0}^{L_1} \lambda_{i,l_1} y_{i,t-l_1} + \sum_{l_2=0}^{L_2} \lambda_{i,j,l_2} y_{j,t-l_2} + \epsilon_{i,t+1}. \quad (27)$$

Las longitudes de rezago son nuevamente seleccionadas usando el SIC con entre uno y cuatro rezagos de $y_{j,t}$ ($L_1 = 4$) y entre cero y cuatro rezagos de $y_{i,t}$ ($L_2 = 4$). La estimación de parámetros y el pronóstico también son hechos recursivamente, usando una ventana expansiva. Para estimar los parámetros de los modelos AR iniciales, usamos los primeros 40 datos. Para cada serie simulada reestimamos los parámetros de los modelos lineales de pronóstico y usamos estos últimos para

producir pronósticos fuera de la muestra.¹⁴

En seguida presentamos los resultados del experimento de Monte Carlo. También reportamos los resultados obtenidos usando los datos observados como una referencia para el experimento de Monte Carlo.

5.2 Resultados Empíricos

El Cuadro 6 presenta los resultados para el desempeño del EPCM de fuera de la muestra de un rango de métodos alternativos de combinación de pronósticos también considerados por Aiolfi y Timmermann (2006) tales como el pronóstico promedio, los pesos kernel triangulares (KT, los cuales ponderan los pronósticos por la inversa del rango de su EPCM histórico) y pesos que son inversamente proporcionales al EPCM (EPCMI). Los valores de EPCM de fuera de la muestra son reportados en relación a los valores EPCM producidos por el previo mejor (PM) modelo de pronóstico. Debido a que el previo mejor modelo en un momento dado en el tiempo depende del historial de los modelos individuales hasta ese momento, la identidad del previo mejor modelo podría cambiar a través del tiempo.

Primero notamos que el desempeño de la combinación de pronósticos con pesos iguales-i.e., el pronóstico promedio calculado a través de 37 modelos univariantes y bivariantes-generalmente (a través de todas las variables) es mucho mejor que el desempeño del previo mejor modelo. Específicamente, el cociente de los valores EPCM de fuera de la muestra del pronóstico promedio sobre el previo mejor modelo es 0.844. Las simulaciones con una estructura de factores estables (sin quiebre) en la segunda columna generan un valor mucho mayor de 0.97, sugiriendo que la mejora otorgada por las combinaciones de pronósticos no puede ser bien explicada en el contexto de una estructura de factores estables.

Pasando a los resultados del modelo de factores con quiebres, la forma del proceso de quiebre parece afectar la habilidad de las simulaciones para corresponder el desempeño efectivo de las combinaciones. Si el quiebre ocurre en la matriz de covarianza de las innovaciones de factores, el desempeño del pronóstico promedio es ligeramente peor que bajo la estructura de factores estables (0.97). En contraste, si el quiebre afecta las cargas de factores, el desempeño relativo del pronóstico con pesos iguales mejora a alrededor de 0.93 lo cual está más en línea con los datos empíricos. Los quiebres en los coeficientes determinantes de la dinámica de factores también conducen a alguna mejora en el desempeño de las combinaciones de pronósticos en relación al mejor modelo.

Finalmente consideramos los resultados desagregados por categoría de variables económicas. Es claro que los quiebres no afectan todas las series de tiempo al mismo grado. Por ejemplo, los quiebres en las cargas de factores acercan los resultados simulados más en línea con los datos para los agregados monetarios. Tales quiebres funcionan mucho peor para rendimientos, tasas de interés y márgenes diferenciales aunque, en la mayoría de los casos, el desempeño relativo del EPCM bajo quiebres está más cerca de los resultados para los datos que en la ausencia de un quiebre. En

¹⁴Para evitar valores extremos, los pronósticos mayores a cuatro desviaciones recursivas estándar de la variable objetivo son reemplazados por la media recursiva de la variable dependiente calculada en el momento del pronóstico.

conjunto, las muy modestas mejoras en el desempeño de la combinación de pronósticos debidas a quiebres sugiere que la inestabilidad de modelo en la forma aquí considerada puede sólo ser parte de la razón de por qué las combinaciones de pronósticos se desempeñan mejor que una estrategia de selección del mejor modelo.

6 Conclusión

Las combinaciones de pronósticos tienen un uso ampliamente generalizado, representando un enfoque pragmático para lidiar con los sesgos de mala especificación que afectan los modelos individuales de pronósticos. Debido a que los modelos individuales podrían estar sesgados en diferentes direcciones, es importante considerar qué tipos de pronósticos combinar, i.e., pronósticos de modelos lineales versus no lineales, pronósticos de modelos univariantes versus multivariantes y combinaciones de pronósticos de series de tiempo con pronósticos subjetivos de encuestas.

Nuestros resultados empíricos sugieren que el simple pronóstico de encuestas con pesos iguales domina al mejor pronóstico de un modelo de series de tiempo alrededor de dos tercios del tiempo. Sin embargo, hay algún margen de mejora al usar un simple promedio de pronósticos de encuestas con pesos iguales y pronósticos de varios modelos de series de tiempo y este enfoque raramente genera malos pronósticos fuera de la muestra. Inclusive si las combinaciones de pronósticos no siempre producen los pronósticos más precisos ellas generalmente no producen un mal desempeño y así representan una opción segura desde una perspectiva de “riesgo”.

También presentamos resultados analíticos y de simulación del desempeño de un rango de esquemas de combinación de pronósticos bajo inestabilidad en modelos dinámicos de factores que caracterizan la estructura de dependencia a través de variables. Estos resultados son modestamente alentadores al sugerir que el desempeño de combinaciones de pronósticos se acerca a lo que es observado en los datos efectivos bajo un modelo de factores que está sujeto a quiebres ocasionales en los parámetros, particularmente si ellos toman la forma de un cambio en las cargas de factores o en los coeficientes que determinan la dinámica de factores.

Referencias

- [1] Aiolfi, M. y A. Timmermann, 2006, Persistence in Forecasting Performance and Conditional Combination Strategies. *Journal of Econometrics*, 135, 31-53.
- [2] Ang, A., G. Bekaert, y M. Wei, 2007, Do Macro Variables, Asset Markets or Surveys Forecast Inflation Better? *Journal of Monetary Economics*, 54, 1163-1212.
- [3] Artis, M., A. Banerjee y M. Marcellino, 2005, Factor Forecasts for the U.K. *Journal of Forecasting*, 24, 279-298.
- [4] Bai, J. y S. Ng, 2002, Determining the Number of Factors in Approximate Factor Models. *Econometrica* 70, 191-221.

- [5] Bates, J.M. y C.W.J. Granger, 1969, The Combination of Forecasts. *Operations Research Quarterly* 20, 451-468.
- [6] Bovin, J., y S. Ng, 2006, Are More Data Always Better for Factor Analysis? *Journal of Econometrics*, 132, 169-194.
- [7] Capistrán, C., y A. Timmermann, 2009, Forecast Combination with Entry and Exit of Experts. *Journal of Business and Economic Statistics*, 27(4), 428-440.
- [8] Chong, Y.Y, y D.F. Hendry, 1986, Econometric Evaluation of Linear macro-economic Models. *Review of Economic Studies*, 53, 671-690.
- [9] Clemen, R.T., 1989, Combining Forecasts: A Review and Annotated Bibliography. *International Journal of Forecasting*, 5, 559-581.
- [10] Clements, M.P. y D. I. Harvey, 2010, Forecast Encompassing Tests and Probability Forecasts. A publicarse en el *Journal of Applied Econometrics*.
- [11] Clements, M.P. y D.F. Hendry, 1998, *Forecasting Economic Time Series*. Cambridge University Press.
- [12] Clements, M.P. y D.F. Hendry, 1999, *Forecasting Non-stationary Economic Time Series*. The MIT Press.
- [13] Clements, M.P. y D.F. Hendry, 2006, Forecasting with Breaks. Páginas 605-658 en Elliott, G., C.W.J. Granger y A. Timmermann (eds.), *Handbook of Economic Forecasting* vol. 1. North-Holland.
- [14] Corradi, V., A. Fernandez, y N.R. Swanson, 2009, Information in the Revision Process of Real-time Datasets. *Journal of Business and Economic Statistics*, 27(4), 455-467.
- [15] Diebold, F.X. y P. Pauly, 1987, Structural Change and the Combination of Forecasts. *Journal of Forecasting*, 6, 21-40.
- [16] Elliott, G., y A. Timmermann, 2005, Optimal Forecast Combination under Regime Switching. *International Economic Review*, 46(4), 1081-1102.
- [17] Engelberg, J., C.F. Manski y J. Williams, 2009, Assessing the Temporal Variation of Macroeconomic Forecasts by a Panel of Changing Composition. Mimeo, Northwestern.
- [18] Forni, M., M. Hallin, M. Lippi, y L. Reichlin, 2000, The Generalized Factor Model: Identification and Estimation. *The Review of Economics and Statistics*, 82, 540-554.
- [19] Forni, M, M. Hallin, M. Lippi, y L. Reichlin, 2005, The Generalized Dynamic Factor Model: Forecasting and One Sided Estimation. *Journal of the American Statistical Association*, 100, 830-840.
- [20] Garratt, A., G. Koop, E. Mise, y S.P. Vahey, 2009, Real-time Prediction with U.K. Monetary Aggregates in the Presence of Model Uncertainty. *Journal of Business and Economic Statistics*, 27(4), 480-491.
- [21] Ghysels, E., C.W.J. Granger y P.L. Siklos, 1996, Is Seasonal Adjustment a Linear or Nonlinear Data Filtering Process? *Journal of Business and Economic Statistics*, 14, 374-86.

- [22] Granger, C.W.J. y R. Ramanathan, 1984, Improved Methods of Combining Forecasts. *Journal of Forecasting*, 3, 197-204.
- [23] Granger, C.W.J. y Y. Jeon, 2004, Thick Modeling, *Economic Modelling*, 21, 323-343.
- [24] Hendry, D.F. y M.P. Clements, 2004, Pooling of Forecasts. *Econometrics Journal*, 7, 1-31.
- [25] Marcellino, M., 2004, Forecast Pooling for Short Time Series of Macroeconomic Variables. *Oxford Bulletin of Economic and Statistics*, 66, 91-112.
- [26] Pesaran, M.H. y A. Timmermann, 2005, Small Sample Properties of Forecasts from Autoregressive Models under Structural Breaks. *Journal of Econometrics*, 129, 183-217.
- [27] Smith, J. y K.F. Wallis, 2009, A Simple Explanation of the Forecast Combination Puzzle. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 71(3), 331-355.
- [28] Stock, J.H. y M.W. Watson, 1996, Evidence on Structural Instability in Macroeconomic Time Series Relations. *Journal of Business and Economic Statistics*, 14, 11-30.
- [29] Stock, J.H. y M. Watson, 2001, A Comparison of Linear and Nonlinear Univariate Models for Forecasting Macroeconomic Time Series, en R.F. Engle y H. White, eds., Una publicación conmemorativa en honor de Clive Granger. Cambridge University Press, 1-44.
- [30] Stock, J.H. y M.W. Watson 2002. Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 147-162.
- [31] Stock, J.H. y M. Watson, 2004, Combination Forecasts of Output Growth in a Seven-Country Data Set. *Journal of Forecasting*, 23, 405-430.
- [32] Stock, J.H., y M.W. Watson, 2009, Forecasting in Dynamic Factor Models Subject to Structural Instability. En J.L. Castle y N. Shephard (eds.), *The Methodology and Practice of Econometrics*. Una publicación conmemorativa en honor de David Hendry. Oxford University Press, 173-205.
- [33] Swanson, N.R. y H. White, 1997, Forecasting Economic Time Series Using Flexible Versus Fixed Specification and Linear versus Nonlinear Econometric Models. *International Journal of Forecasting* 13, 439-462.
- [34] Teräsvirta, T., 2006, Forecasting Economic Variables with Nonlinear Models. En Graham Elliott, Clive W.J. Granger y Allan Timmermann (eds.), *Handbook of Economic Forecasting*. Elsevier, 413-457.
- [35] Timmermann, A., 2006, Forecast Combinations. En Graham Elliott, Clive W.J. Granger y Allan Timmermann (eds.), *Handbook of Economic Forecasting*. Elsevier, 135-196.

Cuadro 1. Descripción de variables

Nombre	Descripción	Transformación	Muestra
IPC	Pronósticos para la inflación del IPC (Índice de Precios al Consumidor). AE (Ajuste Estacional), tasa anual, puntos porcentuales. Los pronósticos trimestrales son los cambios trimestrales anualizados.	Ninguna	3T1981-4T2006
UTILC	Pronósticos para el nivel de las utilidades corporativas nominales trimestrales después de impuestos excluyendo IVA y ACC (Ajuste de Consumo de Capital). AE, tasa anual, miles de millones de dólares.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{UTILC_{t+h}}{UTILC_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
NUECAS	Pronósticos para el nivel promedio del inicio de construcción de nuevas casas. AE, tasa anual, millones.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{NUECAS_{t+h}}{NUECAS_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
PRODIND	Pronósticos para el promedio trimestral del índice de producción industrial. AE, índice, año base varía.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{PRODIND_{t+h}}{PRODIND_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
PIBN	Pronósticos para el nivel nominal del PIB trimestral. AE, tasa anual, miles de millones de dólares.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{PIBN_{t+h}}{PIBN_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
PPIB	Pronósticos para el nivel trimestral del índice de precios del PIB. AE, índice, año base varía.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{PPIB_{t+h}}{PPIB_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
CREP	Pronósticos para el nivel trimestral del cambio real de las existencias privadas. AE, tasa anual, año base varía.	Ninguna	3T1981-4T2006
CONSUMR	Pronósticos para el nivel trimestral del gasto de consumo personal real. AE, tasa anual, año base varía.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{CONSUMR_{t+h}}{CONSUMR_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
GOBFEDR	Pronósticos para el nivel trimestral de consumo e inversión bruta reales del gobierno federal. AE, tasa anual, año base varía.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{GOBFEDR_{t+h}}{GOBFEDR_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
PIBR	Pronósticos para el nivel trimestral del PIB real. AE, tasa anual, año base varía.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{PIBR_{t+h}}{PIBR_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
INVRESR	Pronósticos para el nivel trimestral de la inversión residencial fija real. AE, tasa anual, año base varía.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{INVRESR_{t+h}}{INVRESR_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
GOBELR	Pronósticos para el nivel trimestral de consumo e inversión bruta reales de gobiernos estatales y locales. AE, tasa anual, año base varía.	Tasa de crecimiento trimestral, expresada en puntos porcentuales anualizados: $\left[\ln \left(\frac{GOBELR_{t+h}}{GOBELR_{t+h-1}} \right) \right]_{400}$	3T1981-4T2006
TBILL	Pronósticos para el promedio trimestral de las tasas de las notas del Tesoro a tres meses. Puntos porcentuales.	Ninguna	1T1982-4T2006
DESEM	Pronósticos para el promedio trimestral de la tasa de desempleo. AE, puntos porcentuales.	Ninguna	3T1981-4T2006

Cuadro 2. Desempeño de pronóstico de modelos individuales e información de encuestas

Horizonte	REPCM		Cocientes REPCM respecto al modelo AR				
	Modelos de Series de Tiempo				Pronósticos de Encuestas		
	AR	AR_FAC	LSTAR	NNET	PI	EPCMI	ISIC
IPC							
h = 1	1.4516	0.9996	0.6204	1.0672	0.9574	0.9663	0.9881
h = 2	1.5634	0.9880	1.0014	1.1564	0.8903	0.8986	0.9529
h = 3	1.5368	1.0396	1.0671	1.2740	0.9008	0.9182	0.9507
h = 4	1.5801	1.0497	1.0754	1.3831	0.9030	0.9047	0.9271
UTILC							
h = 1	20.4380	0.9951	0.9539	0.9599	0.8872	0.9044	0.9091
h = 2	20.3715	1.0909	0.9832	0.9867	0.8595	0.8916	0.8981
h = 3	20.4939	1.0016	1.0271	1.0217	0.8662	0.8787	0.8883
h = 4	20.8992	1.0224	1.0057	0.9346	0.8935	0.8916	0.9036
NUECAS							
h = 1	27.8404	1.0101	0.8981	0.8631	0.8918	0.8919	0.8905
h = 2	28.1350	0.9823	1.0728	1.0349	0.9459	0.9457	0.9417
h = 3	29.1552	1.0490	0.9222	0.9431	0.8761	0.8771	0.8759
h = 4	28.1420	1.0621	0.9795	0.9791	0.8939	0.8949	0.8996
PRODIND							
h = 1	3.6548	0.8666	0.6994	1.2522	0.9649	0.9639	0.9623
h = 2	4.2634	1.0219	1.0979	1.0137	0.8996	0.8984	0.8935
h = 3	4.3009	1.0124	0.9127	1.0012	0.9404	0.9338	0.9278
h = 4	4.1792	1.0200	1.1211	1.0969	0.9837	0.9657	0.9619
PIBN							
h = 1	2.1161	1.1249	0.8199	1.1649	0.9707	1.0214	1.0507
h = 2	2.1398	1.1134	1.2885	1.2668	0.9799	1.0117	1.0258
h = 3	2.3450	0.9432	0.9834	1.1161	0.9392	0.9550	0.9662
h = 4	2.1909	1.0621	1.2115	1.3317	1.0360	1.0255	1.0504
PIIB							
h = 1	0.9086	1.0228	0.7594	1.4095	0.9260	0.9080	0.9126
h = 2	1.0238	0.9932	0.9148	1.2537	0.8473	0.8002	0.8033
h = 3	1.0053	1.0035	0.9357	1.4941	0.9218	0.8418	0.8411
h = 4	1.0485	1.3620	1.1592	1.3751	0.9521	0.8752	0.8696
CREP							
h = 1	28.1468	0.9540	0.4302	0.8633	1.0957	1.0931	1.0902
h = 2	36.6898	0.9593	0.9213	0.9670	0.9339	0.9335	0.9263
h = 3	39.4043	0.8966	1.0433	0.9225	0.9385	0.9266	0.9144
h = 4	39.8177	0.9156	0.9721	0.9972	0.9673	0.9487	0.9406
CONSUMR							
h = 1	1.9999	1.0293	0.9558	1.1211	0.9549	0.9695	1.0161
h = 2	1.9889	1.2232	1.0656	1.1779	0.9768	0.9877	1.0308
h = 3	2.0115	1.0923	0.9837	1.1271	1.0436	1.0425	1.0840
h = 4	2.0667	1.0000	1.1801	1.1353	0.9773	0.9970	1.0324
GOBFEDR							
h = 1	7.6616	1.0252	1.2773	1.3405	0.9222	0.9252	0.9304
h = 2	7.6475	1.1370	1.2568	1.2912	0.9363	0.9415	0.9457
h = 3	7.6041	1.0647	1.1681	1.1850	0.9432	0.9488	0.9528
h = 4	7.6318	1.1248	1.0534	1.2538	0.9556	0.9625	0.9646

Cuadro 2. Desempeño de pronóstico de modelos individuales e información de encuestas (Cont.)

Horizonte	Cocientes REPCM respecto al modelo AR							
	REPCM	Modelos de Series de Tiempo				Pronósticos de Encuestas		
	AR	AR_FAC	LSTAR	NNET	PI	EPCMI	ISIC	
PIBR								
h = 1	2.0670	0.9352	0.6811	0.7594	0.8715	0.8753	0.8912	
h = 2	2.1139	0.9507	0.9241	1.0509	0.8968	0.8988	0.9093	
h = 3	2.1729	0.9289	0.9924	0.9729	0.9208	0.9325	0.9253	
h = 4	2.1054	1.0655	1.0153	1.0723	0.9577	0.9656	0.9636	
INVRESR								
h = 1	9.9230	0.9610	0.7109	0.8241	1.0027	1.0045	1.0078	
h = 2	11.3842	1.1000	1.0877	0.9914	0.9312	0.9305	0.9309	
h = 3	11.7252	1.1484	0.9988	1.0611	0.9206	0.9190	0.9352	
h = 4	12.6665	0.9942	0.8957	0.9313	0.8655	0.8677	0.8699	
GOBELR								
h = 1	2.7149	1.0282	0.9012	0.8349	0.8473	0.8610	0.8707	
h = 2	2.6699	1.0127	1.0455	1.1501	0.8757	0.8742	0.8842	
h = 3	2.6808	1.0094	1.0232	0.9798	0.8876	0.8927	0.8947	
h = 4	2.6475	1.0000	1.0508	1.0174	0.9315	0.9381	0.9384	
TBILL								
h = 1	0.3504	1.0445	0.6069	5.0496	1.1575	1.3457	1.6660	
h = 2	0.7697	1.1151	0.9426	2.1520	0.9629	0.9653	1.0713	
h = 3	1.1940	1.1243	1.0968	2.0890	0.9102	0.8725	0.8884	
h = 4	1.6074	1.0105	1.0824	1.7213	0.8760	0.8007	0.7985	
DESEM								
h = 1	0.2159	0.8624	1.2367	4.9265	1.1009	1.0412	1.9799	
h = 2	0.3771	0.7867	1.0102	2.2240	0.8901	0.8352	1.5993	
h = 3	0.5835	0.7581	1.0636	1.8224	0.7877	0.7629	1.3319	
h = 4	0.7487	0.8431	1.1129	1.5891	0.7666	0.8509	1.2629	

Notas: La raíz del error de pronóstico cuadrático medio (REPCM) se calcula con 68 pronósticos de fuera de la muestra, con excepción de la tasa de T-bill la cual usa solamente 66 pronósticos. Los pronósticos AR están basados en modelos autoregresivos con hasta ocho rezagos y la longitud de rezago es seleccionada por el SIC a través de una búsqueda exhaustiva. El AR_FAC es el modelo AR agrandado con un máximo de cinco factores extraídos de 110 series subyacentes. El LSTAR es el modelo autoregresivo logístico de transición suave. La NNET es una red neuronal con una capa oculta. PI se refiere al consenso de la encuesta SPF otorgando pesos iguales a cada pronosticador. EPCMI y el ISIC se refieren a las combinaciones de los datos de la SPF con pesos estimados por la inversa de la REPCM de los pronosticadores individuales y a pesos proporcionales al SIC de cada pronosticador con por lo menos 10 pronósticos continuos, respectivamente.

Cuadro 3. El desempeño de pronóstico de las combinaciones de modelos AR, de factores y pronósticos de encuestas

Horizonte	Cocientes REPCM respecto al modelo AR		
	Regresión		Pesos Iguales
	AR_EW	AR_FAC_EW	AR_FAC_EW
IPC			
h= 1	0.9745	1.0166	0.9567
h= 2	0.9295	0.9421	0.9387
h= 3	0.9671	1.0080	0.9595
h= 4	0.9845	1.0408	0.9612
UTILC			
h= 1	0.9816	1.0315	0.9384
h= 2	1.0327	1.1044	0.9441
h= 3	1.0328	1.0594	0.9278
h= 4	1.0520	1.1093	0.9382
NUECAS			
h= 1	1.0331	1.1000	0.9370
h= 2	1.0471	1.0314	0.9452
h= 3	1.0341	1.0490	0.9417
h= 4	1.1200	1.2472	0.9591
PRODIND			
h= 1	1.0449	0.8666	0.8700
h= 2	1.0193	1.0486	0.9224
h= 3	1.0121	1.0574	0.9379
h= 4	1.0066	1.0269	0.9657
PIBN			
h= 1	1.0405	1.0714	0.9741
h= 2	1.0130	1.1150	0.9757
h= 3	1.0269	1.0122	0.9142
h= 4	1.0223	1.2418	0.9892
PPIB			
h= 1	0.8275	0.8298	0.8731
h= 2	0.9040	0.9619	0.9281
h= 3	0.9450	0.9507	0.9576
h= 4	0.9787	1.5257	1.0745
CREP			
h= 1	1.0113	0.9873	0.9447
h= 2	1.0565	0.9592	0.9172
h= 3	1.0318	0.9204	0.9163
h= 4	1.0276	0.9156	0.9390
CONSUMR			
h= 1	0.9521	1.0611	0.9209
h= 2	1.0000	1.2563	1.0130
h= 3	1.0000	1.2267	1.0036
h= 4	1.0000	1.0000	0.9715

Cuadro 3. El desempeño de pronóstico de las combinaciones de modelos AR, de factores y pronósticos de encuestas (Cont.)

Horizonte	Cocientes REPCM respecto al modelo AR		
	Regresión		Pesos iguales
	AR_EW	AR_FAC_EW	AR_FAC_EW
GOBFEDR			
h = 1	0.8686	0.9268	0.9645
h = 2	0.9883	0.9967	0.9733
h = 3	0.9669	0.9456	0.9658
h = 4	0.9457	0.9457	0.9686
PIBR			
h = 1	0.9138	0.9304	0.8801
h = 2	0.9986	0.9607	0.8910
h = 3	1.0268	0.9185	0.9075
h = 4	0.9999	1.0655	0.9817
INVRESR			
h = 1	0.9896	0.9468	0.9322
h = 2	0.9827	1.0783	0.9819
h = 3	1.0992	1.2111	0.9780
h = 4	1.0000	0.9961	0.9167
GOBELR			
h = 1	0.9462	1.0118	0.9192
h = 2	1.0000	1.0127	0.9297
h = 3	1.0000	1.0092	0.9464
h = 4	1.0105	1.0105	0.9615
TBILL			
h = 1	1.0000	1.0445	1.0220
h = 2	1.0255	1.1238	0.9841
h = 3	1.0183	1.1634	0.9599
h = 4	1.0044	1.0196	0.8883
DESEM			
h = 1	1.0237	0.8624	0.8985
h = 2	1.0283	0.8161	0.8253
h = 3	1.0005	0.7920	0.7922
h = 4	1.0087	0.8543	0.8143

Notas: La raíz del error de pronóstico cuadrático medio (REPCM) se calcula con 68 pronósticos de fuera de la muestra, con excepción de la tasa de T-bill la cual usa solamente 66 pronósticos. El AR_PI se refiere al modelo AR agrandado con pronósticos de la encuesta SPF con pesos iguales. El AR_FAC_PI se refiere al modelo AR agrandado por un número máximo de cinco factores comunes así como los pronósticos de la encuesta SPF con pesos iguales.

Cuadro 4. Desempeño de pronóstico de combinaciones de modelos AR, no lineales y de factores

Cocientes REPCM respecto al modelo AR						
Horizonte	Regresión				Pesos Iguales	
	AR_LSTAR	AR_NNET	AR_FAC_ LSTAR	AR_FAC_ NNET	AR_FAC_ LSTAR	AR_FAC_ NNET
IPC						
h = 1	0.4000	0.8869	0.4072	1.0149	0.8355	0.9203
h = 2	0.9994	1.0000	0.9892	0.9880	0.9539	1.0046
h = 3	1.0000	1.0000	1.0396	1.0194	1.0042	1.0480
h = 4	1.0059	1.0000	1.0582	1.2052	0.9870	1.0386
UTILC						
h = 1	1.0000	1.0000	0.9951	0.9951	0.9636	0.9646
h = 2	1.0000	1.0000	1.0909	1.0909	0.9996	0.9997
h = 3	1.0000	1.0000	1.0016	1.0016	0.9774	0.9776
h = 4	1.0147	1.0000	1.0345	1.0224	0.9768	0.9524
NUECAS						
h = 1	1.0000	0.9340	1.0330	0.9983	0.9366	0.9366
h = 2	0.9946	1.0061	0.9964	0.9848	0.9781	0.9789
h = 3	1.0000	1.0000	1.0490	1.0490	0.9609	0.9689
h = 4	0.9981	0.9920	1.0641	1.1166	0.9782	0.9818
PRODIND						
h = 1	0.5642	0.8945	0.4813	0.7868	0.6616	0.7962
h = 2	1.0000	1.0025	1.0205	1.0188	0.9415	0.9464
h = 3	1.0000	1.0005	1.0124	1.0124	0.9441	0.9378
h = 4	1.0000	1.0000	1.0200	1.0200	0.9978	0.9892
PIBN						
h = 1	0.9158	1.0000	1.0220	1.1249	0.9366	0.9754
h = 2	1.0476	1.1034	1.1301	1.1454	1.0538	1.0437
h = 3	1.0000	1.0000	0.9432	0.9432	0.9284	0.9645
h = 4	1.0000	1.0170	1.0627	1.1252	1.0487	1.0713
PPIB						
h = 1	0.8925	0.9086	0.9104	0.9293	0.8195	0.9613
h = 2	0.9717	1.0238	1.0305	1.0169	0.9405	1.0197
h = 3	0.9760	1.0053	0.9806	1.0259	0.9427	1.0846
h = 4	1.0485	1.0745	1.4506	1.4949	1.0863	1.1750
CREP						
h = 1	0.5329	0.8484	0.5449	0.8096	0.7280	0.8622
h = 2	1.0000	1.0000	0.9593	0.9844	0.9219	0.9307
h = 3	1.0052	1.0111	0.8966	0.9242	0.9465	0.9102
h = 4	1.0000	1.0000	0.9156	0.9156	0.9412	0.9512
CONSUMR						
h = 1	1.0000	1.0000	1.0293	1.0293	0.9215	0.9682
h = 2	1.0000	1.0000	1.2584	1.2507	1.0125	1.0348
h = 3	1.0000	1.0000	1.0923	1.0923	0.9620	0.9707
h = 4	0.9982	1.0000	0.9982	1.0000	1.0187	0.9815

Cuadro 4. Desempeño de pronóstico de combinaciones de modelos AR, no lineales y de factores (Cont.)

Cocientes REPCM respecto al modelo AR						
Horizonte	Regresión				Pesos Iguales	
	AR_LSTAR	AR_NNET	AR_FAC_LSTAR	AR_FAC_NNET	AR_FAC_LSTAR	AR_FAC_NNET
GOBFEDR						
h = 1	1.1174	1.0000	1.1943	1.0252	1.0591	1.0772
h = 2	1.0000	1.0000	1.3256	1.1370	1.0521	1.0609
h = 3	1.0000	1.0000	1.0647	1.0647	1.0030	1.0148
h = 4	1.0000	1.0000	1.1248	1.1248	0.9944	1.0203
PIBR						
h = 1	0.9640	0.8202	0.9427	0.8133	0.8281	0.8016
h = 2	0.9731	1.0000	0.8938	0.9324	0.9132	0.9307
h = 3	0.9979	1.0000	0.9401	0.9408	0.9271	0.9211
h = 4	1.0552	1.0064	1.0013	1.1346	0.9911	1.0192
INVRESR						
h = 1	0.7517	0.8026	0.7522	0.8186	0.7979	0.7742
h = 2	1.0050	1.0000	1.1908	1.0466	1.0351	0.9999
h = 3	0.9979	1.0000	1.1776	1.1398	1.0245	1.0067
h = 4	1.0006	1.0072	1.0013	0.9935	0.9529	0.9406
GOBELR						
h = 1	1.0000	0.9553	1.0275	1.0719	0.9286	0.8907
h = 2	1.0000	0.9951	1.0142	1.0094	0.9706	1.0021
h = 3	1.0000	1.0072	1.0094	1.0157	0.9529	0.9591
h = 4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9828	0.9502
TBILL						
h = 1	0.1887	1.1402	0.1884	1.1194	0.5246	1.9548
h = 2	0.9390	1.0223	0.9034	1.1241	0.9379	1.2920
h = 3	1.0000	1.0000	1.1181	1.1243	1.0100	1.2633
h = 4	1.0454	1.0027	1.0165	1.0271	0.9476	1.1442
DESEM						
h = 1	0.4223	1.0230	0.4324	0.8681	0.4638	1.7827
h = 2	1.0591	1.0000	0.7867	0.7867	0.8151	1.0946
h = 3	1.0229	1.0000	0.7428	0.7942	0.8428	0.9711
h = 4	1.0000	1.0068	0.7827	0.8385	0.8667	0.9409

Notas: La raíz del error de pronóstico cuadrático medio (REPCM) se calcula con 68 pronósticos de fuera de la muestra, con excepción de la tasa de T-bill la cual usa solamente 66 pronósticos. AR_LSTAR y AR_NNET se refieren al modelo AR agrandado con pronósticos generados por los modelos autoregresivos logísticos de transición suave y a los modelos de redes neuronales, respectivamente. AR_FAC_LSTAR y AR_FAC_NNET se refieren al modelo AR_FAC agrandado por los pronósticos de LSTAR y NNET, respectivamente.

Cuadro 5. Desempeño de pronóstico de las combinaciones de todos los modelos

Horizonte	Cocientes REPCM respecto al modelo AR			
	Regresión		Pesos Iguales	
	AR_FAC_EW_ LSTAR_NNET	AR_FAC_EW_ LSTAR_NNET	AR_FAC_EW_ LSTAR_NNET	AR_FAC_EW_ LSTAR_NNET
	IPC		CONSUMR	
h = 1	0.4229	0.8296	1.0611	0.9350
h = 2	0.9421	0.9420	1.2835	0.9960
h = 3	0.9871	0.9934	1.2795	0.9561
h = 4	1.2098	0.9768	0.9982	0.9849
	UTILC		GOBFEDR	
h = 1	1.0315	0.9341	0.9842	1.0540
h = 2	1.1035	0.9477	1.1972	1.0431
h = 3	1.0594	0.9380	0.9456	0.9924
h = 4	1.1465	0.9221	1.1267	0.9828
	NUECAS		PIBR	
h = 1	1.1149	0.8903	0.8985	0.7654
h = 2	0.9988	0.9600	0.8930	0.8952
h = 3	1.0490	0.9190	0.9418	0.9160
h = 4	1.3654	0.9425	1.2174	0.9825
	PRODIND		INVRESR	
h = 1	0.4875	0.6585	0.6751	0.7488
h = 2	1.0262	0.9202	1.1208	0.9736
h = 3	1.0565	0.9187	1.2364	0.9663
h = 4	1.0269	0.9817	1.0056	0.8997
	PIBN		GOBELR	
h = 1	1.0197	0.9128	1.0680	0.8589
h = 2	1.1829	1.0148	1.0113	0.9608
h = 3	0.9991	0.9358	1.0094	0.9240
h = 4	1.2962	1.0616	1.0820	0.9462
	PPIB		TBILL	
h = 1	0.9146	0.9401	0.1876	1.2180
h = 2	0.9396	0.9222	0.9134	1.0877
h = 3	0.9593	0.9713	1.1640	1.1035
h = 4	1.4551	1.0179	1.0400	1.0167
	CREP		DESEM	
h = 1	0.5541	0.7745	0.4356	1.1121
h = 2	0.9843	0.9057	0.8161	0.9032
h = 3	0.9145	0.9230	0.8158	0.8957
h = 4	0.9156	0.9416	0.8228	0.8937

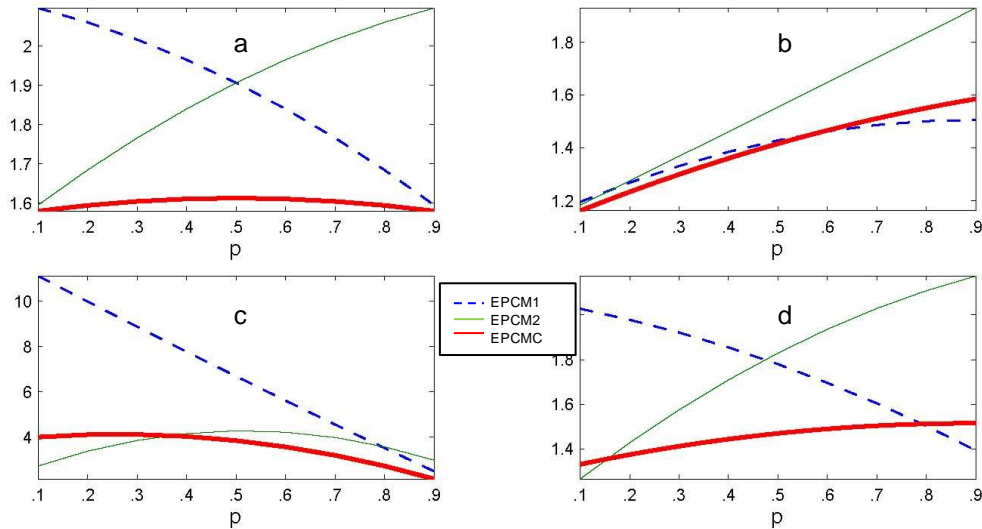
Notas: La raíz del error de pronóstico cuadrático medio (REPCM) se calcula con 68 pronósticos de fuera de la muestra, con excepción de la tasa de T-bill la cual usa solamente 66 pronósticos. El AR_FAC_EW_LSTAR_NNET combina los pronósticos de los modelos AR, AR_FAC, EW, LSTAR y NNET.

Cuadro 6. EPCM de fuera de la muestra-relativo al previo mejor modelo usando una ventana expansiva-a través de variables

	Datos	Simulación			
		Sin Quiebres	Quiebres en las Cargas de Factores	Quiebres en la Dinámica de Factores	Quiebres en la Covarianza de la Matriz de Factores
Panel A: Todas las Variables					
Media	0.844	0.970	0.935	0.953	0.972
KT	0.837	0.958	0.931	0.951	0.960
PM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
EPCMI	0.853	0.970	0.935	0.953	0.972
Panel B: Rendimientos, Tasas de Interés y Márgenes Diferenciales					
Media	0.777	0.967	0.928	0.954	0.967
KT	0.783	0.957	0.926	0.952	0.958
PM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
EPCMI	0.777	0.966	0.929	0.954	0.968
Panel C: Medidas de Actividad Económica					
Media	0.990	0.983	0.947	0.949	0.990
KT	0.967	0.960	0.940	0.946	0.966
PM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
EPCMI	1.004	0.981	0.947	0.949	0.988
Panel D: Precios y Salarios					
Media	0.814	0.965	0.937	0.953	0.969
KT	0.809	0.955	0.934	0.950	0.959
PM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
EPCMI	0.823	0.964	0.937	0.952	0.968
Panel E: Agregados Monetarios					
Media	0.918	0.975	0.937	0.956	0.975
KT	0.894	0.961	0.932	0.952	0.961
PM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
EPCMI	0.939	0.975	0.937	0.956	0.975

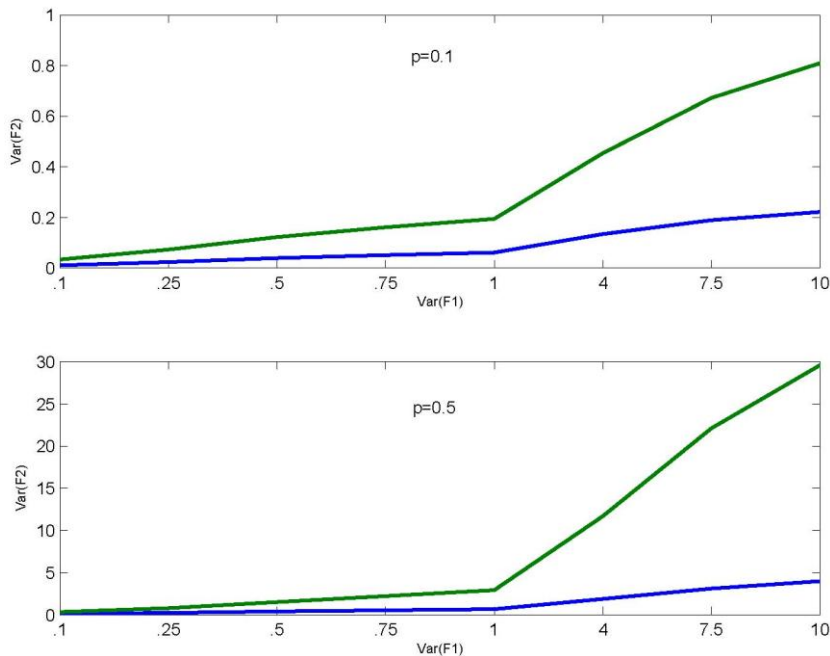
Notas: Media se refiere al pronóstico promedio, KT a la combinación usando pesos de kernel triangulares (i.e., la inversa del rango de EPCM histórico), PM significa pronósticos del previo mejor modelo, y EPCMI es una combinación con pesos inversamente proporcionales al EPCM.

Gráfica 1. EPCM del modelo 1, modelo 2 y de los modelos igualmente combinados como una función de p, para diferentes planteamientos



Notas: Gráfica 1a: $\sigma_{F2}^2/\sigma_{F1}^2=1, \sigma_{\varepsilon2}^2/\sigma_{\varepsilon0}^2=1, \sigma_{\varepsilon1}^2/\sigma_{\varepsilon0}^2=1$; Gráfica 1b: $\sigma_{F2}^2/\sigma_{F1}^2=0.1, \sigma_{\varepsilon2}^2/\sigma_{\varepsilon0}^2=1, \sigma_{\varepsilon1}^2/\sigma_{\varepsilon0}^2=1$; Gráfica 1c: $\sigma_{F2}^2/\sigma_{F1}^2=10, \sigma_{\varepsilon2}^2/\sigma_{\varepsilon0}^2=1, \sigma_{\varepsilon1}^2/\sigma_{\varepsilon0}^2=1$; Gráfica 1d: $\sigma_{F2}^2/\sigma_{F1}^2=1, \sigma_{\varepsilon2}^2/\sigma_{\varepsilon0}^2=0.1, \sigma_{\varepsilon1}^2/\sigma_{\varepsilon0}^2=1$.

Gráfica 2. Pronóstico con Pesos Iguales vs Pronóstico del Mejor Modelo



Notas: Las bandas describen las regiones en las cuales el EPCM poblacional del pronóstico con pesos iguales es menor al EPCM poblacional del mejor modelo como una función de la varianza relativa de factores, para $p=0.1, 0.5$.